

بسمه تعالی

بررسی اعتبار قیاس حملی به شش روش:

- 1- قواعد قیاس حملی¹ به روش کتاب/المنطق؛ 2- انبساط²؛ 3- استنتاج طبیعی مستقیم³؛ 4- استنتاج طبیعی غیرمستقیم⁴؛ 5- درخت‌های ارزش⁵؛ 6- نمودار ون⁶.

محمدعلی ایرجی

استدلال⁷، بنیادی‌ترین ابزار بشر برای دستیابی به شناخت و گذر از مجهول به معلوم است. در میان شیوه‌های مختلف استدلال، قیاس⁸ به عنوان یکی از ارکان اصلی منطق ارسطویی، جایگاهی ویژه دارد. قیاس، نوعی از استدلالی است که در آن از گزاره‌هایی تصدیق شده (مقدّمات)، نتیجه‌ای ضروری و قطعی حاصل می‌شود. استدلال قیاسی را می‌توان از منظر شیوه‌ی نمایش و چینش منطقی آن مورد بررسی قرار داد. اینجاست که مفاهیم استدلال مستقیم⁹ و استدلال غیرمستقیم¹⁰ پدیدار می‌شوند. این دو شیوه، دو راهبرد متفاوت برای ارائه‌ی یک استدلال هستند که یکی مسیری سرراست را طی می‌کند و دیگری با فرض خلاف، به اثبات مدّعی اصلی می‌پردازد.

قیاس حملی¹¹، نمونه‌ی اعلای یک استدلال مستقیم است. در این قیاس، از ترکیب و اقتران دو قضیه «کبری و صغری» که دارای یک حدّ وسط مشترک هستند، نتیجه‌ای به دست می‌آید که رابطه‌ی حدّ اصغر و حدّ اکبر را بدون هیچ واسطه‌ی دیگری مشخص می‌کند. این استدلال به صورت

¹. Rules of Categorical Syllogism.

². Distribution.

³. Direct natural deduction.

⁴. Indirect natural deduction.

⁵. Truth tree method.

⁶. Ven diagram.

⁷. Argument.

⁸. Syllogism.

⁹. Direct Reasoning.

¹⁰. Indirect Reasoning.

¹¹. Categorical Syllogism.

مستقیم و پلکانی از مقدمات به سمت نتیجه حرکت می‌کند و صحت نتیجه به طور مستقیم از صحت مقدمات ناشی می‌شود. با توجه به قرار گرفتن جایگاه حدّ وسط در قیاس حملی، چهار حالت به وجود می‌آید که بدین صورت است.

صغری	حدّ اصغر حدّ وسط	شکل اوّل: حدّ وسط در صغری، محمول و در کبری، موضوع:	کبری	حدّ وسط حدّ اکبر
نتیجه	حدّ اصغر حدّ اکبر			
صغری	حدّ اصغر حدّ وسط	شکل دوّم: حدّ وسط در صغری، محمول و در کبری، محمول:	کبری	حدّ اکبر حدّ وسط
نتیجه	حدّ اصغر حدّ اکبر			
صغری	حدّ وسط حدّ اصغر	شکل سوّم: حدّ وسط در صغری، موضوع و در کبری، موضوع:	کبری	حدّ وسط حدّ اکبر
نتیجه	حدّ اصغر حدّ اکبر			
صغری	حدّ وسط حدّ اصغر	شکل چهارم: حدّ وسط در صغری، موضوع و در کبری، محمول:	کبری	حدّ اکبر حدّ وسط
نتیجه	حدّ اصغر حدّ اکبر			

در مقابل، استدلال غیرمستقیم که در منطق با نام برهان خلف¹² نیز شناخته می‌شود، مسیری متفاوت را در پیش می‌گیرد. در این روش، برای اثبات یک گزاره «P»، ابتداء فرض می‌کنیم که نقیض آن « $\sim P$ » درست است. سپس نشان می‌دهیم که این فرض به یک تناقض منطقی یا نتیجه‌ای که آشکارا باطل است، می‌انجامد؛ مثلاً « $Q, \sim Q$ » هم‌زمان صادق باشند. از آن‌جا که یک تناقض همواره غلط است، نتیجه می‌گیریم که فرض اوّلیه « $\sim P$ » نادرست بوده و بنابراین، گزاره‌ی اصلی «P» باید درست باشد. این روش اگرچه ممکن است در ظاهر طولانی‌تر به نظر برسد، اما در بسیاری از موارد، به‌ویژه در ریاضیات، کارآمدترین و قوی‌ترین ابزار برای اثبات قضایای پیچیده است. درک این مفاهیم نه تنها برای علاقه‌مندان به فلسفه و منطق، بلکه برای هر جوینده‌ی دانشی که در پی تقویت بنیان‌های فکری و استدلالی خود است، ضروری به نظر می‌رسد.

¹². Indirect proof.

هدف اصلی از نوشتار بررسی اعتبار قیاس حملی در منطق قدیم¹³ و منطق نمادین¹⁴، تعیین اعتبار یا عدم اعتبار ساختار و صورتِ ضروب مختلف در قیاس حملی و شرایط صحت‌اش از دو دیدگاه منطق قدیم و منطق نمادین می‌باشد. این هدف، مستلزم بیان شرایطی است که هر کدام از دو دیدگاه منطق، به شرایط صحت هر کدام از شکل‌ها و ضروب قیاس حملی، با توجه به ضوابط منطقی هر کدام، دارند و با توضیح هر روش در طریقه‌ی استنتاج، شرایط هر روش بیان خواهد شد.

حال با توجه به «24» ضرب مُنتِج (ولو بعضی ضعیف) که نزد منطق دانان قرون وسطی معتبر بوده است و «19» ضرب مُنتِج که در کتاب *المنطق* بدان اشاره رفته است، تعداد قابل توجهی از این حالت‌ها در منطق نمادین (محمول‌ها) قابل اثبات نیستند؛ در نتیجه روشن خواهد شد که از دیدگاه منطق نمادین، تعداد استدلال‌های معتبر¹⁵ در قیاس حملی به «15» ضرب می‌رسد و ضروب دیگر از دیدگاه این منطق، استدلال غیرمعتبر¹⁶ هستند.

باید دقت داشت که مقصود از استدلال معتبر، استدلال درست¹⁷ نیست. استدلال معتبر به استدلالی گفته می‌شود که دارای صورت قیاسی مُنتِج باشد. حال ممکن است با توجه به مقدمات کاذب، همین استدلال معتبر، نادرست باشد. استدلال‌های معتبر با لحاظ فرض عقلی، به شش حالت تقسیم می‌شوند که بدین شرح است:

- «1. مقدمه‌های صادق و نتیجه صادق. 2. مقدمه‌های صادق و نتیجه کاذب. (این حالت مُحال است زیرا در یک استدلال نمی‌توان مقدمه‌هایی را به صورت صادق استفاده کرد و نتیجه‌ی چنین استدلالی کاذب باشد). 3. مقدمه‌های کاذب و نتیجه صادق. 4. مقدمه‌های کاذب و نتیجه کاذب. 5. مقدمه‌های صادق و کاذب، نتیجه کاذب. 6. مقدمه‌های صادق و کاذب، نتیجه صادق.»

¹³. Ancient logic.

¹⁴. Symbolic logic.

¹⁵. Valid argument.

¹⁶. Invalid argument.

¹⁷. Soundness.

1	1. همه‌ی انسان‌ها ناطق هستند. ✓ 2. هیچ درختی ناطق نیست. ✓ ❖ هیچ انسانی درخت نیست. ✓
3	1. همه‌ی صندلی‌ها از جنس سنگ هستند. X 2. هیچ مجسمه‌ای از جنس سنگ نیست. X ❖ هیچ صندلی‌ای مجسمه نیست. ✓
4	1. همه‌ی پستانداران تخم‌گذار هستند. X 2. هیچ ماهی‌ای تخم‌گذار نیست. X ❖ هیچ پستانداری ماهی نیست. X
5	1. همه‌ی حیوانات سنگ هستند. X 2. هیچ انسانی سنگ نیست. ✓ ❖ هیچ حیوانی انسان نیست. X
6	1. همه‌ی سگ‌ها ماهی هستند. X 2. هیچ پرنده‌ای ماهی نیست. ✓ ❖ هیچ سگی پرنده نیست. ✓

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در مثال‌های مذکور همه‌ی استدلال‌ها معتبر هستند زیرا صورت قیاسی در تمامی این مثال‌ها، ضرب اول از شکل دوم می‌باشد اما به غیر از حالت اول، هیچ کدام درست نیستند زیرا از مقدمه یا مقدمات کاذب تشکیل شده‌اند. بنابراین، رابطه‌ی منطقی استدلال معتبر با استدلال درست، عموم و خصوص مطلق است؛ زیرا استدلالی درست است که دارای دو شرط باشد¹⁸: (1) استدلالی معتبر باشد (2) مقدمه‌های آن صادق باشند. پس ممکن است یک استدلال معتبر باشد، اما در عین معتبر بودن، نتیجه‌ی آن کاذب باشد و یا از مقدمات کاذب به نتیجه‌ی صادق رسیده باشد. در نتیجه، این نوشتار متضمن اعتبار صورت قیاس¹⁹ بوده و شامل ماده‌ی قیاس²⁰ نمی‌شود.

سؤال اصلی که این نوشتار متضمن بیان آن است، بدین صورت است: **به واقع آیا امکان دارد با روش‌های منطقی مختلف که برای تعیین اعتبار قیاس حملی ارائه شده است، به پاسخ‌های متفاوت رسید؟** برای پاسخ به این سؤال در ابتداء باید دو مقدمه ذکر شود و سپس با توجه به مقدمات، پاسخی تفصیلی داده خواهد شد.

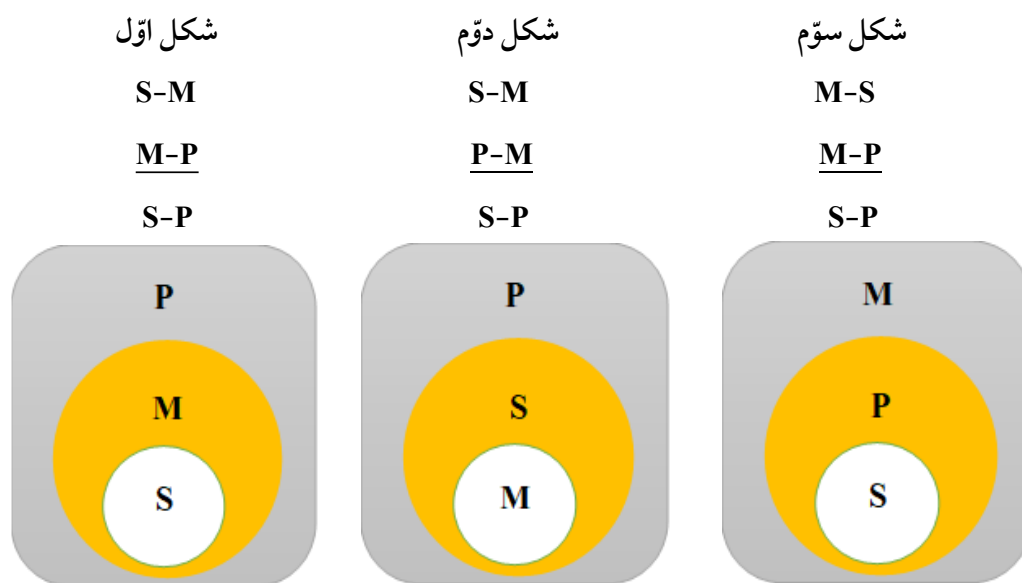
¹⁸. اکبری، درآمدی نو به منطق نمادین: منطق.

جمله‌ها، ص 32.

¹⁹. Form of the syllogism.

²⁰. Matter of the syllogism.

مقدمه اول: باید بیان کرد که در نگاه اولیه، اگرچه تمام روش‌های بررسی اعتبار در نهلیت باید پاسخ یکسانی به این سؤال بدهند، اما از آن جهت که هر کدام از آنها از منظری متفاوت به مسأله نزدیک می‌شوند، بنابراین، تعیین اعتبار نیز متفاوت خواهد بود. به طور نمونه، ارسطو برای تعیین اعتبار قیاس، پیش فرضی بدین نحو قرار می‌دهد که حدّ اکبر در قیاس حملی همواره باید اعمّ از حدّ اصغر باشد.²¹ بدین گونه، نزد ارسطو فقط سه شکل قیاس تشکیل می‌شود که بدین صورت است:



برخی مانند فرگه²²، با روش اصل موضوعی²³ و به کمک بدیهیات اولیه²⁴ و قواعد استنتاج با تکیه بر کم‌ترین آنها از نظر کمیت، استدلال می‌کنند. برخی دیگر مانند یاکوفسکی²⁵، با روش استنتاج طبیعی²⁶ بر قواعد عمومی که از طبیعت تفکر آدمی نشأت می‌گیرد مانند قاعده‌ی وضع مقدم²⁷، رفع تالی²⁸، قیاس انفصالی²⁹ و ... تکیه می‌کنند. در مقابل، روش‌هایی مانند درخت ارزش و نمودار ون، بر تحلیل معناشناختی و امکان‌سنجی نقض استدلال متمرکز هستند.

²¹. Ross, D, Aristotle, chap: 2, p: 35.

²². Frege.

²³. Axiomatic System.

²⁴. Self-Evident axioms.

²⁵. Jaśkowski.

²⁶. natural deduction.

²⁷. Modus ponens.

²⁸. Modus tollens.

²⁹. Disjunctive Syllogism.

مقدمه دوم: در این مقدمه، به مطلبی اشاره خواهد شد که دانستن آن ضروری به نظر می‌رسد. منطق‌دانان قرون وسطی با استفاده از کلماتی، تمامی ضروب مُنتِج در قیاس حملی را نام‌گذاری کرده‌اند که شرح آن بدین صورت است:

Figure One	→	Barbara , Celarent , Darii , Ferio , Barbari , Celaront
Figure Two	→	Cesare , Camestres , Festino , Baroco , Cesaro , Camestros
Figure Three	→	Darapti , Disamis , Datisi , Felapton , Bocardo , Ferison
Figure Four	→	Bamalip , Camenes , Dimaris , Fesapo , Fresison , Camenos

رمزگشایی کدهای منطقی:

حروف صدادار در زبان لاتین یعنی «**A , E , I , O**»، مهم‌ترین قسمت در این عبارت‌ها را تشکیل می‌دهند. دو حرف «**A , I**» نشانگر دو قضیه‌ی موجه هستند که از کلمه‌ی «**I Affirm**» که معادل فارسی «اثبات می‌کنم» می‌باشد، گرفته شده است. دو حرف «**E , O**» نشانگر دو قضیه‌ی سالبه هستند که از کلمه‌ی «**I Nego**» که معادل فارسی «انکار می‌کنم» می‌باشد، گرفته شده است.

بنابراین خواهیم داشت:

A: موجهی کلیه؛ **I:** موجهی جزئی

E: سالبه‌ی کلیه؛ **O:** سالبه‌ی جزئی

هریک از این نام‌های عجیب مانند: "باربارا" یا "سلارنت" یا "داری" در واقع یک کد منظم است که تمام اطلاعات ضروری درباره‌ی ساختار و اعتبارسنجی یک قیاس را در خود جای داده است. هر کدام از این حرف‌ها به غیر از «**d, b, l, t, n, r**»، عملکردی مشخص دارند:

حرف اول: این حرف، که با حروف بزرگ نوشته می‌شود، نشان‌دهنده‌ی صورت قیاس³⁰ در شکل اول می‌باشد که هر کدام از صورت‌های دیگر در شکل‌های دوم، سوم و چهارم که مطابقت در حرف اول با «F, D, C, B» داشتند، در اصل به صورت‌های بارابار، سِلارِنت، داریی و فِریو برمی‌گردند.

حروف صدادار: نکته‌ی قابل توجه در خوانش این کلمات آن است که حرف اول صدادار در این کلمات، نشانگر کبری، حرف دوم صدادار، نشانگر صغری و حرف سوم صدادار، نشانگر نتیجه است. به‌طور مثال، در ضرب «Datisi»: کبری، موجهی کلیه، صغری، موجهی جزئی و نتیجه نیز موجهی جزئی می‌باشد.

حرف «S»³¹: اگر حرف «S» بعد از حروف صدادار «E, I» واقع شود، به‌معنای عکس مستوی از همان حرف صدادار می‌باشد. بنابراین، اگر بعد از حرف «E» واقع شود، یعنی باید از سالبه‌ی کلیه عکس مستوی گرفته شود که همان سالبه‌ی کلیه است با عوض شدن موضوع و محمول و اگر بعد از حرف «I» واقع شود، یعنی باید از موجهی جزئی عکس مستوی گرفته شود که همان موجهی جزئی است با عوض شدن موضوع و محمول. این حرف بعد از حرف «A» نیامده است و اگر پس از حرف «O» بیاید معنای خاصی ندارد، زیرا سالبه‌ی جزئی، عکس مستوی لازم الصدق ندارد.

حرف «M»³²: بدین معنا است که برای تبدیل، فقط باید جای مقدمه‌ها با هم عوض شوند. حرف «P»³³: بدین معنا است که از حرف «A»، عکس مستوی گرفته شود که موجهی جزئی است با عوض شدن موضوع و محمول.

حرف «C»³⁴: بدین معنا است که در این صورت قیاسی، فقط با روش خُلف است که به شکل اول می‌رسیم و نه عکس مستوی مانند ضرب «Baroco» از شکل دوم و «Bocardo» از شکل سوم. در صفحه‌ی بعد مجموع صورت‌های معتبر قیاس حملی نزد منطق‌دانان قرون وسطی به نمایش آمده است.

³⁰. Figure.

³³. Per accidens.

³¹. Simply.

³⁴. Reductio ad absurdum.

³². Mutare.

Valid Syllogisms In Medieval Logic									
Figure One	Barbara	A	A	A	$\frac{\text{All S are M}}{\text{All M are P}}$	I	All S are P	Figure One	
	Celarent	E	A	E	$\frac{\text{All S are M}}{\text{No M are P}}$	I	No S are P		
	Darii	A	I	I	$\frac{\text{Some S are M}}{\text{All M are P}}$	I	Some S are P		
	Ferio	E	I	O	$\frac{\text{Some S are M}}{\text{No M are P}}$	I	Some S are not P		
	Barbari	A	A	I	$\frac{\text{All S are M}}{\text{All M are P}}$	I	Some S are P		
	Celaront	E	A	O	$\frac{\text{All S are M}}{\text{No M are P}}$	I	Some S are not P		
Figure Two	Cesare	E	A	E	$\frac{\text{All S are M}}{\text{No P are M}}$	I	No S are P	Figure Two	
	Camestres	A	E	E	$\frac{\text{No S are M}}{\text{All P are M}}$	I	No S are P		
	Festino	E	I	O	$\frac{\text{Some S are M}}{\text{No P are M}}$	I	Some S are not P		
	Baroco	A	O	O	$\frac{\text{Some S are not M}}{\text{All P are M}}$	I	Some S are not P		
	Cesaro	E	A	O	$\frac{\text{All S are M}}{\text{No P are M}}$	I	Some S are not P		
	Camestros	A	E	O	$\frac{\text{No S are M}}{\text{All P are M}}$	I	Some S are not P		

Valid Syllogisms In Medieval Logic									
Figure Three	Darapti	A	A	I	$\frac{\text{All M are S}}{\text{All M are P}}$	I	Some S are P	Figure Three	
	Disamis	I	A	I	$\frac{\text{All M are S}}{\text{Some M are P}}$	I	Some S are P		
	Datisi	A	I	I	$\frac{\text{Some M are S}}{\text{All M are P}}$	I	Some S are P		
	Felapton	E	A	O	$\frac{\text{All M are S}}{\text{No M are P}}$	I	Some S are not P		
	Bocardo	O	A	O	$\frac{\text{All M are S}}{\text{Some M are not P}}$	I	Some S are not P		
	Ferison	E	I	O	$\frac{\text{Some M are S}}{\text{No M are P}}$	I	Some S are not P		
Figure Four	Bamalip	A	A	I	$\frac{\text{All M are S}}{\text{All P are M}}$	I	Some S are P	Figure Four	
	Camenes	A	E	E	$\frac{\text{No M are S}}{\text{All P are M}}$	I	No S are P		
	Dimaris	I	A	I	$\frac{\text{All M are S}}{\text{Some P are M}}$	I	Some S are P		
	Fesapo	E	A	O	$\frac{\text{All M are S}}{\text{No P are M}}$	I	Some S are not P		
	Fresison	E	I	O	$\frac{\text{Some M are S}}{\text{No P are M}}$	I	Some S are not P		
	Camenos	A	E	O	$\frac{\text{No M are S}}{\text{All P are M}}$	I	Some S are not P		

حال با توجه به ضرب‌های معتبر که تعداد آن‌ها نزد منطق‌دانان قرون وسطی به 24 ضرب (ولو بعضی ضعیف) می‌رسد، شیوهی اعتبار برخی از این ضروب را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

1. Barbari	5. Felapton
2. Celaront	6. Bamalip
3. Cesaro	7. Fesapo
4. Camestros	8. Camenos
9. Darapti	

هنگامی که به این «9» ضرب دقت کنیم، درمی‌یابیم که در تمامی آن‌ها فارغ از مسأله‌ی موجهه و سالبه بودن، هر دو مقدمه کلی بوده و نتیجه در تمامی آن‌ها جزئیّه است. حال با توجه به قاعده‌ی «اگر یکی از مقدمات سالبه باشد، آنگاه نتیجه هم باید سالبه باشد» و قاعده‌ی «نتیجه تابع أخس مقدماتین است»، نحوه‌ی موجهه و سالبه بودن نتیجه با توجه به مقدمات هر صورت قیاسی، متفاوت خواهد بود.

حال هنگامی که به منطق نمادین رجوع می‌شود، دقیقاً همین «9» صورت قیاسی در این منطق و با هیچ کدام از روش‌های استنتاج طبیعی مستقیم، استنتاج طبیعی غیرمستقیم، درخت‌های ارزش و نمودار ون، قابل اثبات نیستند.

اثبات این ضروب در منطق قدیم بدین صورت است که هرگاه از دو موجهه‌ی کلیّه در مقدمات استدلال بتوانیم موجهه‌ی کلیّه‌ای را استنتاج کنیم یعنی ضرب «Barbara»، آنگاه یقیناً موجهه‌ی جزئیّه یعنی ضرب «Barbari» نیز از چنین مقدماتی قابل استنتاج است؛ زیرا هرگاه موجهه‌ی کلیّه‌ای صادق باشد، آنگاه تداخل آن، که موجهه‌ی جزئیّه است نیز، صادق است. بنابراین، ضرب «Barbari» معتبر است.

از جهتی هرگاه سالبه‌ی کلیّه‌ای صادق باشد یعنی نتیجه در ضرب «Celarent»، آنگاه تداخل آن که سالبه‌ی جزئیّه است یعنی نتیجه در ضرب «Celaront» نیز، صادق است. بنابراین، ضرب «Celaront» معتبر است.

بدین ترتیب درباره‌ی همه‌ی این «9» ضرب بدین صورت می‌توان استدلال کرد که از صادق بودن دو مقدمه‌ی کلیه و با توجه به قاعده‌ی تداخل و دو قاعده‌ی «اگر یکی از مقدمات سالبه باشد، آنگاه نتیجه هم باید سالبه باشد» و «نتیجه تابع اُخس مقدماتین است»، اگر دو مقدمه، موجهی کلیه باشند آنگاه نتیجه نیز موجهی کلیه خواهد بود و با قاعده‌ی تداخل، یقیناً موجهی جزئی‌ی آن نیز صادق است و اگر یکی سالبه‌ی کلیه و دیگری موجهی کلیه باشد، آنگاه نتیجه سالبه‌ی کلیه خواهد بود و با قاعده‌ی تداخل، یقیناً سالبه‌ی جزئی‌ی آن نیز صادق است.

نکته‌ی قابل توجه در باب تقابل³⁵، در منطق ارسطو می‌باشد که او فقط تناقض و تضاد را جزء مصادیق تقابل می‌داند و تداخل و دخول تحت تضاد را جزء تقابل نمی‌داند³⁶:

«ارسطو تقابل میان قضایا را در صورتی می‌داند که یک ایجاب را سلب کنیم؛ به گونه‌ای که قابل اجتماع در صدق نباشند. بر پایه این تعریف تقابل فقط در صورتی حاصل می‌شود که اختلاف در کیف موجود باشد و صرف اختلاف در کم (تداخل) از مصادیق تقابل نیست. نیز بر پایه‌ی تعریف ارسطو، تقابل فقط در صورت وجود تقابل در صدق حاصل می‌شود؛ چه تقابل در کذب هم باشد تناقض و چه تقابل در کذب نباشد (تضاد). بر همین اساس، مصادیق تقابل از نگاه ارسطو فقط تناقض و تضاد، است اما تداخل و دخول تحت تضاد از مصادیق تقابل نیستند؛ زیرا در تداخل اختلاف در کیف وجود ندارد و در دخول تحت، تضاد تقابل در صدق وجود ندارد.»

بنابراین در این نوشتار از لفظ منطق قدیم استفاده می‌کنیم و نه از منطق ارسطویی تا شامل منطق دانان قرون وسطی و منطق دانانی شود که ضروب مُتَبَع را بیش از «15» ضرب می‌دانسته‌اند. حال در پاسخ به پرسش نخستین، باید به مسأله‌ی تقابل رجوع کرد تا مشخص شود به چه دلیل از صدق موجهی کلیه، می‌توان صدق موجهی جزئی‌ی و به چه دلیل از صدق سالبه‌ی کلیه، می‌توان صدق سالبه‌ی جزئی‌ی را نتیجه گرفت.

³⁵. Opposition.

³⁶ محمدعلیزاده، مَرَبَّع تقابل در منطق ارسطویی

و منطق رواقی، ص 117.

یکی از ابزارهای منطق قدیم برای استدلال، استدلال مستقیم (مُبَاشِر) است که برای دستیابی به نتیجه، فقط از یک مقدّمه استفاده می‌شود. این روش حالت‌های مختلفی چون: تقابل، عکس مستوی، عکس نقیض و نقض دارد که جدول تمامی موارد مذکور آورده می‌شود اما با توجه به بحث مورد نظر، فقط به توضیح تقابل اکتفاء می‌شود.

ابن سینا تقابل را چنین تعریف کرده است:

«و القضیتان المتقابلتان، هما اللتان تختلفان بالسلب و الايجاب و و موضوعهما و محمولهما واحد فی المعنی، و الاضافة، و القوة و الفعل، و الجزء و الكل. و المكان، و الزمان، و الشرط.»³⁷

با توجه به تعریف مذکور، تقابل خود به چهار حالت تقسیم می‌شود:

1. تناقض³⁸: دو قضیه‌ای که در کم و کیف اختلاف دارند به گونه‌ای که نه صدق هر دو ممکن است و نه کذب هر دو. تناقض همواره میان موضعی کلیه با سالبه‌ی جزئی و سالبه‌ی کلیه با موضعی جزئی برقرار است.

2. تضاد³⁹: دو قضیه‌ای کلی که فقط اختلاف در کیف دارند.

3. دخول تحت تضاد⁴⁰: دو قضیه‌ی جزئی که فقط اختلاف در کیف دارند.

4. تداخل⁴¹: دو قضیه‌ای که در کیف متحد بوده و در کم مختلف‌اند.

در طریقه‌ی استدلال بدین روش، حتماً باید صدق و کذب یکی از دو قضیه را بدانیم تا بتوانیم به صدق و کذب قضیه‌ی دیگر پی ببریم. با توجه به آن که چهار قضیه‌ی محصوره داریم و هر کدام می‌تواند یا صادق و یا کاذب باشد، بنابراین هشت صورت پیدا خواهد شد. در تصویری که صفحه‌ی بعد ملاحظه می‌شود، مربع تقابل آورده شده است و در جدول پایین، همه‌ی حالات ممکن بررسی شده است. علامت «F»⁴² به معنای کاذب، علامت «T»⁴³ به معنای صادق و هشت قسمتی که به رنگ طوسی است، بدین معنا خواهد بود که در باره‌ی آن حالت چیزی نمی‌توان گفت.

³⁷. ابن سینا، النجاة، ص 23.

³⁸. Contradictories.

³⁹. Contraries.

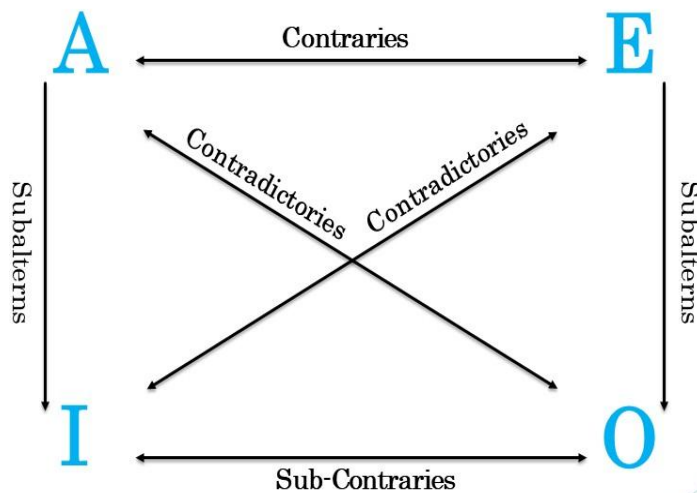
⁴⁰. Sub-Contraries.

⁴¹. Subalterns.

⁴². False.

⁴³. True.

THE SQUARE OF OPPOSITION



POSSIBLE STATES IN THE SQUARE OF OPPOSITION

$A = T \Rightarrow$	$E = F$	$I = T$	$O = F$
$A = F \Rightarrow$	E	I	$O = T$
$E = T \Rightarrow$	$A = F$	$I = F$	$O = T$
$E = F \Rightarrow$	A	$I = T$	O
$I = T \Rightarrow$	A	$E = F$	O
$I = F \Rightarrow$	$A = F$	$E = T$	$O = T$
$O = T \Rightarrow$	$A = F$	E	I
$O = F \Rightarrow$	$A = T$	$E = F$	$I = T$

رابطه	قضیه				
تناقض	هر انسانی حیوان است	A			
تداخل	بعضی انسان‌ها حیوان نیستند	O			
تضاد	بعضی انسان‌ها حیوان هستند	I			
دخول تحت تضاد	هیچ انسانی حیوان نیست	E			
عکس مستوی	بعضی حیوان‌ها انسان هستند	I			
عکس نقیض موضوع	بعضی حیوان‌ها لاانسان نیستند	O			
عکس نقیض مخالف	هیچ لاجیوانی انسان نیست	E			
عکس نقیض موافق	هر لاجیوانی لاانسان است	A			
نقض الموضوع	بعضی لاانسان‌ها حیوان نیستند	O			
نقض المحمول	هچ انسانی لاجیوان نیست	E			
نقض الطرفين	بعضی لاانسان‌ها لاجیوان هستند	I			

در منطق قدیم، هنگامی که گفته می‌شود: همه‌ی انسان‌ها ناطق هستند، یعنی حدّ اقلّ یک انسان وجود دارد که او ناطق است. به بیان دیگر، در منطق قدیم قضایا هنگامی صادق هستند که فرض وجودی‌ای را بتوان برای آن‌ها در نظر گرفت زیرا در منطق قدیم، پیش فرض صادق بودن همه‌ی قضایا، قاعده‌ی فرعیّت است. قاعده‌ی فرعیّت بدین نحو است: «تُبُوْتُ شَيْءٍ لِّشَيْءٍ، فَرَعٌ لِّلْبُتُوْتِ الْمُثْبَتِ لَهُ». این قاعده بیانگر این نکته است که اگر بخواهیم محمولی را بر موضوعی حمل کنیم، آن‌گاه باید آن موضوع وجود داشته باشد و در غیر این صورت آن حمل کاذب خواهد بود.

در واقع در منطق قدیم فرضی به نام اصالت وجودی⁴⁴ برای صدق گزاره‌ها وجود دارد. حال به عنوان مثال و با پیش فرض گرفتن این قاعده، می‌توان در ضرب «Darapti» این چنین سخن گفت: هرگاه همه‌ی انسان‌ها فانی باشند (یعنی حدّ اقلّ یک انسان وجود دارد که فانی است) و هرگاه همه‌ی انسان‌ها ناطق باشند (یعنی حدّ اقلّ یک انسان وجود دارد که ناطق است)، آن‌گاه با پیش فرض وجودی مذکور، یقیناً بعضی از فانی‌ها، ناطق هستند.

اگر بخواهیم پیش فرض منطق قدیم در باب قضایا را با زبان منطق نمادین نشان دهیم، بدین صورت خواهد بود:

$$(\forall x)(Ax \supset Bx) \wedge (\exists x)(Ax) \qquad (\forall x)(Ax \supset \sim Bx) \wedge (\exists x)(Ax)$$

یعنی هم در موجهی کلیّه و هم در سالبه‌ی کلیّه، همواره یک فرد وجود دارد که دارای آن محمول است و یا از آن محمول برخوردار نیست و در غیر این صورت، آن گزاره کاذب خواهد بود.

در نتیجه، اگر از منطق قدیم شرط وجودی را برداریم، این «9» ضرب دیگر معتبر نخواهند بود و نتیجه‌ای که در قیاس‌های حملی حاصل می‌شود، همان نتیجه‌ای خواهد بود که منطق نمادین به آن اشاره دارد یعنی معتبر بودن «15» ضرب در قیاس حملی که تصویر آن آورده شده است.

⁴⁴. Existential Import.

1. Barbara	8. Baroco
2. Celarent	9. Disamis
3. Darii	10. Datisi
4. Ferio	11. Bocardo
5. Cesare	12. Ferison
6. Camestres	13. Camenes
7. Festino	14. Dimaris
15. Fresison	

اکنون با توجه به دو مقدمه‌ای که گذشت، می‌توان به راحتی به پرسش نخستین پاسخ داد. با توجه به مقدمه‌ی اول، هر کدام از دستگاه‌های منطقی با پیش فرض‌هایی روبرو هستند که با توجه به ساختار تفکر هر کدام، ممکن است در یک دستگاه منطقی اصول موضوعه‌ای که به عنوان پیش فرض مورد پذیرش قرار می‌گیرند، بیشتر یا کمتر و یا متفاوت باشند. در نتیجه نتایجی نیز که از هر کدام از روش‌ها به دست خواهد آمد با توجه به اصول موضوعه‌ی هر کدام، ضرورتاً متفاوت خواهد بود.

در منطق نمادین، این مسأله که شرط صدق هر گزاره‌ای وجود حدّ اقلّ یک فرد از موضوع آن گزاره در خارج است، وجود ندارد. بنابراین، در منطق نمادین نمی‌توان «9» ضرب مذکور را اثبات کرد. حال باید دید که دیدگاه منطق نمادین به گزاره‌ها چگونه است. از آن جهت که منطق نمادین بر پایه‌ی ریاضیات بنا نهاده شده است، پایه‌های این منطق را باید در ریاضیات جستجو کرد.

در ریاضیات مدرن بحثی به نام نظریه‌ی مجموعه‌ها⁴⁵ وجود دارد که مبدع این نظریه، گئورگ کانتور⁴⁶ ریاضی‌دان آلمانی است. هدف اصلی نظریه‌ی مجموعه‌ها، ارائه‌ی یک زبان مشترک و دقیق برای تمام ریاضیات و تعریف آن‌ها مانند عدد، تابع، بی‌نهایت و ... می‌باشد. به بیان دیگر، نظریه‌ی مجموعه‌ها می‌خواهد بگوید: "همه چیز در ریاضیات یک مجموعه است" و روابط بین این

⁴⁵. Set Theory.

⁴⁶. Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor.

اشیاء با عملیات روی مجموعه‌ها توصیف می‌شود. نظریه‌ی مجموعه‌ها اصول موضوعه‌ای دارد که بدین شرح است:

برای هر دو مجموعه‌ی (A) و (B)،
مجموعه‌ای وجود دارد که فقط شامل آن دو
است: {A,B}

52 اصل اجتماع

برای هر مجموعه‌ی (A)، مجموعه‌ای
وجود دارد که شامل همه‌ی اعضای (A)
است.

مثلاً: $A = \{1,2,3\}$ $A = \{\{1,2\}, \{3\}\}$

53 اصل مجموعه‌ی توانی

برای هر مجموعه‌ی (A)، مجموعه‌ای
مانند (P) وجود دارد که شامل همه‌ی
زیرمجموعه‌های (A) است.

54 اصل جایگزینی

اصول موضوعه‌ی نظریه‌ی مجموعه‌ها
(ZF/ZFC)⁴⁷

1. اصل گسترش⁴⁸

دو مجموعه، زمانی برابرند که دقیقاً
اعضای یکسان داشته باشند.

2. اصل وجود مجموعه‌ی تهی⁴⁹

یک مجموعه‌ای وجود دارد که هیچ
عضوی ندارد: $\emptyset$ یا $\{\}$.

3. اصل جدایی یا تفکیک⁵⁰

از هر مجموعه‌ی موجود می‌توان
زیرمجموعه‌ای ساخت که اعضایش با یک
خاصیت مشخص انتخاب شده باشند.

4. اصل جفت‌سازی⁵¹

⁴⁷. Karel hrback, INTERDUCITIO
SET THEORY, Chaprer 1, p: 7.

⁴⁸. Axiom of Extensionality.

⁴⁹. Axiom of Empty Set.

⁵⁰. Axiom of Separation.

⁵¹. Axiom of Pairing.

⁵². Axiom of Union.

⁵³. Axiom of Power Set.

⁵⁴. Axiom of Replacement.

هر مجموعه‌ی غیرتهی یک عضو دارد که با آن مجموعه اشتراک ندارد. این اصل مانع از «حلقه‌های بی‌پایان» در عضویت می‌شود. (به عبارت روشن‌تر: هیچ مجموعه‌ای نمی‌تواند عضوی از خودش باشد زیرا تا بی‌نهایت ادامه پیدا خواهد کرد)

9. اصل انتخاب⁵⁶

اگر مجموعه‌ای از مجموعه‌های ناتهی داشته باشیم، می‌توان عضوی از هر کدام انتخاب کرد و مجموعه‌ای جدید ساخت.

اگر یک تابع تعریف شده روی مجموعه‌ای وجود داشته باشد، تصویر آن تابع نیز یک مجموعه است. (به عبارت روشن‌تر: اگر یک تابع F به ازای هر مجموعه‌ی x ، یک مجموعه y را مشخص کند، آن‌گاه برای همه‌ی مجموعه‌ی A ، مجموعه‌ای مانند B وجود دارد که دقیقاً شامل مجموعه‌اعضای A تحت تابع F است)

8. اصل بنیاد یا انتها⁵⁵

برای فهم بهتر اصول موضوعه‌ی مجموعه‌ها، با مثالی تشبیهی توضیح بیشتری داده خواهد شد: فرض کنید قرار است با جعبه‌ها (مجموعه‌ها) که هر شیئی ممکن است در آن باشد مثلاً مداد، سیب، و حتی یک جعبه‌ی دیگر، بازی کنیم و بلیید بدانیم دقیقاً چه چیزی در جعبه قرار دارد. مثلاً «جعبه‌ی میوه‌های قرمز» یک مجموعه است. حال جعبه‌ای داریم که کاملاً خالی است و آن را با علامت « $\emptyset$ » نشان می‌دهیم. به هر حال هر بازی‌ای، قوانین مخصوص به خود را دارد که به آن، اصول موضوعه‌ی آن بازی گفته می‌شود. حال باید قواعد بازی را تعریف کنیم که با جعبه‌ها چه کارهایی در این بازی می‌توان انجام داد:

پلاستیکی باشد بلکه آن چه مهم است، محتوای هر جعبه است.

قانون اول. اصل گسترش: دو جعبه، یکی هستند اگر محتوای آن‌ها عیناً مانند هم باشد و تفاوتی هم ندارد که جعبه، چوبی و یا

⁵⁶. Axiom of Choice.

⁵⁵. Axiom of Foundation.

قانون دوم. اصل وجود مجموعه‌ی تهی:
یک جعبه‌ی خالی حتماً وجود دارد.

قانون سوم. اصل جدایی یا تفکیک:
می‌توان از یک جعبه، با گذاشتن یک شرط،
یک جعبه‌ی کوچک‌تر را جدا کرد. مثلاً از
«جعبه‌ی اعداد»، «جعبه‌ی اعداد زوج» را
جدا کرد.

قانون چهارم. اصل جفت‌سازی: از هر
دو چیز می‌توان یک جعبه‌ی جدید بسازیم که
محتویات آن جعبه‌ی جدید، دقیقاً با آن دو
چیز برابر است مثلاً از «جعبه‌ی اعداد زوج»
و «جعبه‌ی اعداد فرد»، «جعبه‌ی اعداد
صحیح» را ساخت که جعبه‌ی اعداد صحیح،
دقیقاً با آن دو جعبه برابر است.

قانون پنجم. اصل اجتماع: می‌توان چند
جعبه را خالی کرد و محتویات همه را در
جعبه‌ی بزرگ‌تر بریزیم که همان اجتماع
مجموعه‌ها است.

قانون ششم. اصل مجموعه‌ی توانی:
برای هر جعبه، یک جعبه‌ی مخصوص وجود
دارد که همه‌ی زیرجعبه‌ها در آن قرار دارد. مثلاً

برای جعبه‌ی $\{a, b\}$ ، جعبه‌ی توانی اش چنین
است:

$$\{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

قانون هفتم. اصل جایگزینی: اگر بتوان
برای هر چیزی که در جعبه قرار دارد، یک چیز
جدید متناظر بسازیم، آنگاه آن چیزهای
جدید یک جعبه هستند. مثلاً اگر بر روی هر
میوه‌ی در جعبه، یک برچسب جدید
بچسبانیم، آنگاه جعبه‌ای جدید داریم به‌نام
میوه‌های برچسب‌دار.

قانون هشتم. اصل بنیاد یا انتهاء: یک
جعبه‌ی بی‌نهایت داریم. مثلاً جعبه‌ای که در
آن: جعبه‌ی خالی، جعبه‌ی جعبه‌ی خالی،
جعبه‌ی آن جعبه‌ی جعبه‌ی خالی و ... تا
بی‌نهایت)

قانون نهم. اصل انتخاب: اگر چند جعبه
داشته باشیم که همه‌ی آن‌ها پُر هستند (ولی
ممکن است چیزهای مختلفی در آن‌ها
باشد)، آنگاه می‌توانیم از هر جعبه یک چیز
برداشته و در جعبه‌ای جدید قرار دهیم.

حال که اصول موضوعه‌ی نظریه‌ی مجموعه‌ها روشن شد، می‌توانیم تمام اعداد طبیعی، صحیح، گویا و حقیقی را فقط با استفاده از مفهوم مجموعه و مجموعه‌ی تهی « $\emptyset$ » ساخت!:

$$\emptyset = 0 \text{ (مجموعه‌ی تهی) (جعبه‌ی خالی)}$$

$$\{0\} = \{\emptyset\} = 1 \text{ (جعبه‌ای که جعبه‌ی خالی در آن قرار دارد)}$$

$$\{1, 0\} = \{\{\emptyset\}, \emptyset\} = 2$$

و به همین ترتیب تا بی‌نهایت!

در نظریه‌ی مجموعه‌ها همان‌طور که مشاهده شد، اصول موضوعه‌ای قرار دارد که اصل دوم آن، چنین است: «یک مجموعه‌ی تهی وجود دارد». با توضیحی که درباره‌ی اصول موضوعه‌ی نظریه‌ی مجموعه‌ها داده شد، به اصل بحث برمی‌گردیم یعنی نگاه منطق نمادین به گزاره‌ها.

گوتلوب فرگه⁵⁷ (۱۸۴۸-۱۹۲۵) و برتراند راسل⁵⁸ (۱۸۷۲-۱۹۷۰) از بنیان‌گذاران اصلی منطق جدید هستند. آن‌ها سیستم اصل موضوعی⁵⁹ را برای منطق بنا نهادند. از دید فرگه، ریاضیات نیاز به شهود، تجربه یا دانش پیشینی از فضا و زمان ندارد. در نتیجه پلایه‌گذاری منطق خود را با مجموعه‌ی تهی آغاز کرد زیرا نیاز به نوعی بودن پیشین نداشت. او را پدر منطق ریاضی می‌دانند زیرا هدفش بنیان نهادن ریاضیات بر پایه‌ی منطق بود. او در کتابش مفهوم‌نگاشت⁶⁰ در (۱۸۷۹)، برای اولین بار، یک منطق گزاره‌ها و منطق محمولات کامل ارائه داد و همچنین یک سیستم اصل موضوعی برای آن ساخت. او برای اولین بار از نمادهای کمیت‌کننده « $\exists, \forall$ » و مفهوم "تابع" در منطق استفاده کرد.

در نتیجه از آن جهت که مبنای منطق نمادین از وجود مجموعه‌ی تهی‌ای پیروی می‌کند که نیاز به شهود خارجی ندارد، بنابراین، در این منطق برای صدق گزاره‌ها نیاز به وجود حداقل یک فرد خارجی نیست.

⁵⁷. Gottlob Frege.

⁵⁹. Axiomatic System.

⁵⁸. Bertrand Russell.

⁶⁰. Begriffsschrift.

برتراند راسل نیز همراه با وایتهد⁶¹ در کتاب *اصول ریاضی*⁶² (1910-1913)، در سه مجلد، پروژه‌ی فرگه را گسترش دادند. این پروژه بخشی از جنبش بزرگ‌تری به نام «منطق‌گرایی»⁶³ بود که در صدد اثبات این مطلب بود که ریاضیات شاخه‌ای از منطق بوده و نیازی به اصول موضوعه‌ی جداگانه ندارد. آن‌ها نیز از یک سیستم اصل موضوعی بسیار پیچیده و غنی استفاده کرده و سعی کردند تمام ریاضیات (از جمله نظریه‌ی اعداد) را از یک سری اصول منطقی اولیه استنتاج کنند. از معروف‌ترین بخش‌های کتاب مذکور، اثبات این قضیه است که « $2=1+1$ » می‌باشد. این اثبات تا صفحه‌ی «362» جلد اول به طول می‌انجامد! که تصویر آن را مشاهده می‌کنید.

$$\begin{array}{l}
 362 \qquad \text{PROLEGOMENA TO CARDINAL ARITHMETIC} \qquad \text{[PART II]} \\
 *54.42. \quad \vdash :: \alpha \in 2. \supset :: \beta \subset \alpha. \mathfrak{H}! \beta. \beta \neq \alpha. \equiv. \beta \in \iota''\alpha \\
 \text{Dem.} \\
 \vdash. *54.4. \quad \supset \vdash :: \alpha = \iota'x \cup \iota'y. \supset :: \\
 \qquad \qquad \qquad \beta \subset \alpha. \mathfrak{H}! \beta. \equiv :: \beta = \Lambda. \vee. \beta = \iota'x. \vee. \beta = \iota'y. \vee. \beta = \alpha : \mathfrak{H}! \beta : \\
 [*24.53.56.*51.161] \qquad \qquad \qquad \equiv :: \beta = \iota'x. \vee. \beta = \iota'y. \vee. \beta = \alpha \qquad (1) \\
 \vdash. *54.25. \text{Transp.} *52.22. \supset \vdash : x \neq y. \supset. \iota'x \cup \iota'y \neq \iota'x. \iota'x \cup \iota'y \neq \iota'y : \\
 [*13.12] \qquad \supset \vdash : \alpha = \iota'x \cup \iota'y. x \neq y. \supset. \alpha \neq \iota'x. \alpha \neq \iota'y \qquad (2) \\
 \vdash. (1). (2). \supset \vdash :: \alpha = \iota'x \cup \iota'y. x \neq y. \supset :: \\
 \qquad \qquad \qquad \beta \subset \alpha. \mathfrak{H}! \beta. \beta \neq \alpha. \equiv :: \beta = \iota'x. \vee. \beta = \iota'y : \\
 [*51.235] \qquad \qquad \qquad \equiv :: (\mathfrak{H}z). z \in \alpha. \beta = \iota'z : \\
 [*37.6] \qquad \qquad \qquad \equiv :: \beta \in \iota''\alpha \qquad (3) \\
 \vdash. (3). *11.11.35. *54.101. \supset \vdash. \text{Prop} \\
 *54.43. \quad \vdash :: \alpha, \beta \in 1. \supset : \alpha \cap \beta = \Lambda. \equiv. \alpha \cup \beta \in 2 \\
 \text{Dem.} \\
 \vdash. *54.26. \supset \vdash :: \alpha = \iota'x. \beta = \iota'y. \supset : \alpha \cup \beta \in 2. \equiv. x \neq y. \\
 [*51.231] \qquad \qquad \qquad \equiv. \iota'x \cap \iota'y = \Lambda. \\
 [*13.12] \qquad \qquad \qquad \equiv. \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (1) \\
 \vdash. (1). *11.11.35. \supset \\
 \qquad \vdash :: (\mathfrak{H}x, y). \alpha = \iota'x. \beta = \iota'y. \supset : \alpha \cup \beta \in 2. \equiv. \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (2) \\
 \vdash. (2). *11.54. *52.1. \supset \vdash. \text{Prop}
 \end{array}$$

From this proposition it will follow, when arithmetical addition has been defined, that $1 + 1 = 2$.

پیچیدگی بیش از حد سیستم ارائه شده در این کتاب، بسیار زیاد و طویل است به‌طوری‌که حتی یک اثبات ساده مانند قضیه‌ی فوق نیز صفحات زیادی را به خود اختصاص می‌دهد.

⁶¹. Alfred North Whitehead.

⁶³. Logicism.

⁶². Principia Mathematica.

در ادامه به بررسی تطبیقی هر کدام از روش‌ها در سنجش اعتبار قیاس‌های حملی پرداخته خواهد شد. همان‌طور که در ادامه مورد نظر قرار می‌گیرد، در دو روش اول، ضروب معتبر حاصل از قیاس حملی، به «19» صورت خواهد رسید. دلیل این مطلب نیز همان پیش فرض وجودی قرار دادن برای قضایا خواهد بود. اما هر کدام از چهار روش دیگر، فقط توانایی اثبات «15» صورت از قیاس حملی را خواهند داشت. هدف این است که برای هر روش، مختصری از مبانی نظری همان روش به جهت سهولت در فهم جدول‌ها بیان شود. بنابراین، در ابتداء، توضیح مختصری درباره‌ی استفاده‌ی هر کدام از شش روش داده می‌شود:

1. روش قواعد قیاس حملی به شیوه‌ی کتاب "المنطق"⁶⁴

این کتاب که از منابع درسی مرسوم در حوزه‌های علمیّه است، نماینده‌ای برجسته و در عین حال ساده، از منطق قدیم و سنتی می‌باشد. این کتاب، قواعدی که برای اعتبار قیاس‌های حملی استفاده می‌شود را به دو بخش عمومی و اختصاصی تقسیم کرده است. نحوه‌ی استفاده بدین صورت است که همه‌ی چهار شکل قیاس، باید واجد شرایط عمومی اعتبار قیاس باشند و هر شکل برای معتبر بودن، علاوه بر دارا بودن قواعد عمومی، باید واجد شرایط شکل اختصاصی که مخصوص هر شکل است نیز، باشد. در نتیجه، صورت قیاسی‌ای معتبر خواهد بود که در آن همه‌ی شرایط عمومی به علاوه‌ی شرایط خاص هر شکل رعایت شده باشد و در غیر این صورت آن استدلال، غیرمعتبر (عقیم) خواهد بود. شرح قواعد به صورت زیر است:

شرایط عمومی:

1. حدّ وسط عیناً و به یک معنا در صغری و کبری تکرار شده باشد.
2. حدّ اقلّ یکی از دو مقدمه، موجب باشد.
3. حدّ اقلّ یکی از دو مقدمه، کلیّه باشد.
4. نتیجه تابع اُخسّ مقدمتین است.
5. صغری، سالبه‌ی کلیّه و کبری، موجب‌ی جزئیّه نباشد.

⁶⁴. مظفر، المنطق، ص 210.

شرایط شکل اول:

6. صغری، موجب باشد.

7. کبری، کلیه باشد.

شرایط شکل دوم:

8. اگر یکی از مقدمه‌ها موجب بود، آن‌گاه دیگری سالبه و بالعکس.

9. کبری، کلیه باشد.

شرایط شکل سوم:

10. صغری، موجب باشد.

11. یکی از دو مقدمه، کلی باشند.

شرایط شکل چهارم:

12. یکی از مقدماتش، سالبه‌ی جزئی نباشد.

13. اگر دو مقدمه موجب باشند، آن‌گاه صغری، کلیه باشد. بنابراین اگر صغری موجب‌ی جزئی

باشد، آن‌گاه کبری نمی‌تواند موجب باشد، بلکه باید سالبه‌ی کلیه باشد.

این نکته نیز شایان توجه است که برای قواعد قیاس حملی، روش‌های مختلفی ارائه شده است

که برخی از آن‌ها به شرح زیر است⁶⁵:

«الف) ایروینگ کپی در کتاب *درآمدی به منطق* (Copi, 1990: 206-211)،

قواعد قیاس حملی را در شش قاعده به صورت زیر توضیح داده است:

1. قیاس حملی معتبر با فرم استاندارد می‌بایست دقیقاً شامل سه حدّ باشد،

که هر یک از آن‌ها در سراسر استدلال به یک معنا به کار گرفته می‌شود. 2. در

قیاس حملی معتبر با فرم استاندارد، حدّ وسط می‌بایست حدّ اقلّ در یک مقدمه

⁶⁵ میرزاپور، قواعد قیاس حملی ارسطویی، .

منبسط باشد. 3. در قیاس حملی معتبر با فرم استاندارد، اگر هر یک از حدود در نتیجه منبسط باشد، آن حد می‌بایست در مقدمات نیز منبسط باشد. 4. در قیاس حملی معتبر با فرم استاندارد سالبه بودن دو مقدمه معتبر نیست. 5. اگر هر یک از مقدمات قیاس حملی معتبر با فرم استاندارد، سالبه باشد، نتیجه نیز می‌بایست سالبه باشد. 6. در قیاس حملی معتبر با فرم استاندارد، با وجود نتیجه‌ی جزئیّه، نمی‌تواند دو مقدمه‌ی کلیّه وجود داشته باشد.

ب) استاد لطف‌الله نبوی در کتاب مبانی منطق و روش شناسی (نبوی ۱۳۸۹: ۱۱۳-۱۱۰ و ۱۳۰-۱۳۱)، قواعد قیاس حملی را در دو دسته‌ی مختلف ارائه کرده است. دسته‌ی اول مربوط می‌شود به رویکرد بولی - شرطی (در صورت عدم قبول پیش فرض وجودی) و دسته‌ی دوم مربوط می‌شود به رویکرد ارسطویی - وجودی (در صورت قبول پیش فرض وجودی) که به صورت زیر آمده است:

رویکرد بولی - شرطی: 1. قیاس حملی باید دقیقاً دارای سه حدّ باشد و هر کدام از حدود باید معنای واحدی در دستگاه استدلال قیاسی داشته باشد. 2. حدّ وسط بلید لا اقلّ در یکی از مقدمات منبسط (تعمیم یافته) باشد. 3. اگر حدّی در نتیجه منبسط است باید در مقدمات نیز منبسط باشد. 4. نباید هر دو مقدمه‌ی قیاس حملی، سالبه باشد. 5. اگر یکی از مقدمات سالبه است، نتیجه نیز باید سالبه باشد. 6. اگر مقدمه‌ی قیاس کلیّه هستند، نتیجه نیز نباید جزئیّه باشد.

رویکرد ارسطویی - وجودی: 1. قیاس حملی باید دارای سه حدّ و هر حدّ دارای معنای واحدی باشد. 2. حدّ وسط باید لا اقلّ در یکی از مقدمات، منبسط (تعمیم یافته) باشد. 3. اگر حدّی در نتیجه منبسط است، باید در مقدمات نیز منبسط باشد. 4. نباید هر دو مقدمه‌ی قیاس حملی، سالبه باشد. 5. اگر یکی از مقدمات سالبه است، نتیجه نیز باید سالبه باشد و بالعکس، یعنی اگر نتیجه سالبه است باید یکی از مقدمات سالبه باشد.

(ج) غلامرضا ذکیانی در کتاب *هنر استدلال* (ذکیانی: ۱۳۸۶: ۳۴ و ۴۷) قواعد قیاس حملی را با عنوان روش انبساط نام گذاری کرده و قواعد زیر را برشمرده است:

۱. هر دو مقدمه سالبه نباشد؛ ۲. هر دو مقدمه، جزئی نباشد؛ ۳. اگر مقدمه‌ای سالبه بود، نتیجه نیز سالبه باشد و بالعکس؛ ۴. حدّ اوسط دست‌کم در یکی از مقدمات منبسط باشد؛ ۵. اگر حدّی در نتیجه منبسط بود، در مقدمه‌ی مربوط نیز منبسط باشد.

(د) غلامحسین مصاحب در کتاب *مدخل منطق صورت* (مصاحب ۱۳۸۵: ۵۶۷-۵۶۹) قواعد قیاس حملی را به دو دسته‌ی شرایط عمومی لازم انتاج و شرایط خصوصی انتاج، تقسیم کرده است. این شرایط با حذف توضیحات به‌صورت زیر می‌باشد:

شرایط عمومی لازم انتاج:

اصول موضوعه‌ی انبساط: ۱. حدّ اوسط باید اقلّاً در یکی از مقدمات، منبسط باشد. ۲. هر حدّی که در نتیجه منبسط است، باید در مقدمه، نظیر این حدّ نیز منبسط باشد.

اصول موضوعه‌ی کیفیت: ۳. اقلّاً یکی از مقدمات باید موجب باشد. ۴. اگر یکی از مقدمات سالب است، باید نتیجه نیز سالب باشد. ۵. اگر هر دو مقدمه موجب است، نتیجه باید موجب باشد. ۶. اقلّاً یکی از دو مقدمه باید کلی باشد. ۷. اگر یکی از مقدمات جزئی باشد، نتیجه نیز جزئی خواهد بود. ۸. اگر کبری جزئی است، باید صغری موجب باشد. (مصاحب، قواعد ۶-۸ را نتایج منطقی ۳-۵ می‌داند.)

شرایط خصوصی انتاج:

قواعد مختصّ شکل اوّل: صغری باید موجب باشد. / کبری باید کلی باشد.

قواعد مختصّ شکل دوّم: یکی از مقدّمات سالب باشد. / کبریّ کلی باشد.

قواعد مختصّ شکل سوّم: موجب بودن صغریّ. / جزئی بودن نتیجه.

قواعد مختصّ شکل چهارم: اگر یکی از مقدّمات سالب است، کبریّ کلی

باشد. / اگر کبریّ موجب است صغریّ کلی باشد. اگر صغریّ موجب است،

نتیجه جزئی باشد.

ه) پاتریک هارلی در کتاب *مقدّمه‌ی کوتاه بر منطق* (1997: 281-286)

(Hurley)، قواعد قیاس حملی را به شکل زیر مطرح کرده است.

1. حدّ وسط دست‌کم در یکی از مقدّمات منبسط باشد. 2. اگر حدّی در

نتیجه منبسط بود، در مقدّمه‌ی مربوط نیز منبسط باشد. 3. دو مقدّمه‌ی سالبه

مجاز نیستند. 4. مقدّمه‌ای سالبه، به نتیجه‌ی سالبه نیاز دارد و نتیجه‌ی سالبه، به

مقدّمه‌ی سالبه. 5. اگر هر دو مقدّمه کلی هستند، نتیجه نمی‌تواند جزئی باشد.»

2. روش انبساط

انبساط بدین معنا می‌باشد که هر یک از موضوع و محمول در یک قضیه، درباره‌ی همه و تمام

افراد دیگری، مطلبی را بیان کند. اگر این نحوه‌ی بیان کردن به نحو شمول و کلی باشد، آنگاه آن

مفهوم منبسط نامیده می‌شود و اگر درباره‌ی برخی از مصادیق باشد، آنگاه آن مفهوم، غیرمنبسط

نامیده می‌شود. به مثال‌های زیر توجه کنید:

قضیه‌ی **A** = «هر انسانی فانی است» را در نظر بگیرید. محمول در این قضیه یعنی فانی، در

حال بیان کردن و توضیح دادن مطلبی درباره‌ی تمام موضوع خود یعنی انسان می‌باشد به گونه‌ای که

با توجه به سور قضیه و در صورت صادق بودن این قضیه، می‌گوییم: «هیچ انسانی نخواهد بود که

فانی نباشد». بنابراین، موضوع قضیه، منبسط است. اما بالعکس آن صادق نیست؛ یعنی انسان،

هیچ توضیحی درباره‌ی تمام مجموعه‌ی فانی‌ها نمی‌دهد. بنابراین در این مثال، مفهوم فانی،

غیرمنبسط می‌باشد.

قضیه‌ی **E** = «هیچ انسانی سنگ نیست» را در نظر بگیرید. محمول در این قضیه یعنی سنگ، توضیحی درباره‌ی تمام موضوع خود یعنی انسان می‌دهد. به عبارت دیگر، محمول در این قضیه، یک خصوصیت درباره‌ی تمام موضوع خود یعنی سنگ نبودن را توضیح می‌دهد. بنابراین موضوع در این قضیه، منبسط می‌باشد. این مطلب دقیقاً درباره‌ی عکس این قضیه نیز صادق است. بدین بیان که در این قضیه، انسان نیز در مقام بیان توضیحی درباره‌ی تمام سنگ‌ها می‌باشد و آن همین انسان نبودن هیچ سنگی می‌باشد. پس محمول نیز، منبسط خواهد بود.

قضیه‌ی **I** = «بعضی از انسان‌ها سفیدپوست هستند» را در نظر بگیرید. محمول در این قضیه یعنی سفیدپوست بودن، با توجه به سور آن، در بیان خصوصیتی برای برخی از انسان‌ها و نه برای تمام آن‌ها می‌باشد. پس موضوع قضیه، غیرمنبسط خواهد بود. این مطلب دقیقاً درباره‌ی عکس این قضیه نیز صادق است. بدین بیان که در این قضیه، موضوع یعنی انسان بودن، با توجه به سور قضیه، چیزی را یعنی انسان بودن را برای بعضی از سفید پوست‌ها بیان می‌کند. یعنی ممکن است بعضی از سفیدپوست‌ها، غیر انسان باشند. بنابراین محمول نیز، غیرمنبسط خواهد بود.

قضیه‌ی **O** = «بعضی از انسان‌ها شاعر نیستند» را در نظر بگیرید. محمول در این قضیه یعنی شاعر بودن، در حال بیان کردن و توضیح دادن مطلبی درباره‌ی تمام موضوع خود یعنی انسان نمی‌باشد بلکه فقط موارد محدودی را در نظر دارد. بنابراین، موضوع قضیه، غیرمنبسط است. اما بالعکس آن صادق نیست؛ یعنی انسان، توضیحی درباره‌ی تمام مجموعه‌ی شاعرها می‌دهد بدین بیان که: «هیچ شاعری نیست که انسان نباشد»! بنابراین شاعر، منبسط خواهد بود.

در نهایت می‌توان به قاعده‌های کلی دست یافت که شرح آن بدین صورت است:

1. در تمامی قضایای «**A**»، موضوع، منبسط بوده و محمول، غیرمنبسط است.
2. در تمامی قضایای «**E**»، موضوع و محمول، منبسط هستند.
3. در تمامی قضایای «**I**»، موضوع و محمول، منبسط نیستند.
4. در تمامی قضایای «**O**»، موضوع، غیرمنبسط بوده و محمول، منبسط است.

حال در تعیین اعتبار یک قیاس به روش انبساط، منبسط بودن را برای سهولت امر، با علامت «+» و غیر منبسط بودن را با علامت «-» نشان می‌دهیم. آن‌گاه با توجه به محصورات چهارگانه، چهار حالت پیدا خواهد شد که به شرح زیر خواهد بود:

A: هر الف⁺ ب است⁻ : یعنی: موضوع منبسط بوده و محمول، غیر منبسط است.

E: هیچ ب⁺ ج نیست⁺ : یعنی: موضوع و محمول، منبسط هستند.

I: بعض ب⁻ ج است⁻ : یعنی: موضوع و محمول، منبسط نیستند.

O: بعض ب⁻ ج نیست⁺ : یعنی: موضوع، غیر منبسط بوده و محمول، منبسط است.

در قسمت پایانی برای تعیین اعتبار قیاس به روش انبساط، سه شرط لازم است تا یک قیاس مُنتِج باشد که به شرح زیر است:

1. حدّ اقلّ یکی از مقدّمات موجب باشند. (به عبارت دیگر: هر دو مقدّمه سالبه نباشند)

2. حدّ وسط حدّ اقلّ در یکی از مقدّمات دارای علامت مثبت باشد. (به عبارت دیگر: حدّ وسط در هر دو مقدّمه علامت منفی نداشته باشد)

3. هر کدام از موضوع یا محمول که در نتیجه علامت مثبت داشته باشند، در مقدّمات نیز علامت مثبت داشته باشند. (اگر موضوع یا محمول در نتیجه علامت منفی داشته باشند، آن‌ها را بررسی نمی‌کنیم)

3. روش استنتاج طبیعی مستقیم

سیستم اصل موضوعی فرگه و راسل، همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، با وجود قدرتش، یک مشکل بزرگ داشت: برای انسان‌ها، غیرشهودی و دست‌وپاگیر بود. اثبات حتی قضایای ساده در آن سیستم بسیار طولانی می‌شد. این‌جا بود که نوآوری گرهارد گنتزن⁶⁶ (۱۹۴۵-۱۹۰۹) و استانیسواو یاکوفسکی⁶⁷ (۱۹۶۵-۱۹۰۶)، دو منطق‌دان آلمانی، در دهه‌ی (۱۹۳۰) طرح شد. آن‌ها سیستم

⁶⁶. Gerhard Gentzen.

⁶⁷. Stanisław Jaśkowski.

استنتاج طبیعی⁶⁸ را معرفی کردند که هدف آن، ایجاد سیستمی بود که روش واقعی استدلال کردن ریاضی دانان را در عمل شبیه سازی کند. در این سیستم، به جای شروع از بدیهیات و قواعد بسیار محدود، مجموعه ای غنی از قواعد استنتاج برای منطق تعریف شد.

در روش استنتاج طبیعی به صورت مستقیم، باید با به کار گرفتن هر کدام از قواعدی که صحت آن ها اثبات شده است، بتوانیم به صورت مستقیم و بدون در نظر گرفتن حالت فرض، نتیجه ی استدلال را با توجه به مقدمات، از نو بسازیم. به طور مثال اگر استدلالی با مقدمات زیر داشته باشیم، بدین صورت عمل خواهد شد:

1. علی یا به مدرسه می رود یا با دوستان خود به سینما خواهد رفت.

2. اگر بابک درس بخواند آن گاه سعید با او دوست خواهد شد.

3. سعید با بابک دوست نشده است.

4. علی با دوستان خود به سینما نرفته است.

/ * علی به مدرسه رفته است و بابک درس نخوانده است.

در اینجا باید نتیجه را از درون مقدمات با استفاده از قواعد استنتاج طبیعی، از اول بسازیم. در مقدمه ی سوم بیان شده است که سعید با بابک دوست نشده است. حال اگر مقدمه ی سوم را با مقدمه ی دوم در نظر بگیریم، نتیجه این خواهد شد که بابک درس نخوانده است زیرا اگر درس خوانده بود، آن گاه سعید با او دوست شده بود.

حال با در نظر گرفتن مقدمه ی اول و چهارم، می توان نتیجه گرفت که علی به مدرسه رفته است. زیرا مقدمه ی اول بیان می کند که علی یک مورد را انجام داده است و نه هر دو را. بنابراین، می توان دو نتیجه ای را که از تقابل بین دو استدلال به دست آوردیم، با هم عطف کنیم تا نتیجه به دست بیاید

⁶⁸. Natural Deduction.

یعنی «علی به مدرسه رفته است و بابک درس نخوانده است». در روش استنتاج طبیعی، این مفاهیم با نماد ریاضی نشان داده خواهند شد. شکل نمادین مثال مذکور چنین است:

$$1. A \vee D$$

$$2. B \supset S$$

$$3. \sim S$$

$$4. \sim D$$

$$\ast A \wedge \sim B$$

البته اجراء و آموزش کامل این روش، مستلزم تسلط بر قواعد منطق جمله‌ها به علاو می منطق محمولات است. بدون تجزیه منطق جمله‌ها به منطق محمولات، تنها به بررسی اعتبار در سطح گزاره‌ها محدود می‌شویم که برای قیاس حملی کافی نیست.

از آن جهت که این نوشتار فقط به بررسی قیاس حملی می‌پردازد، بدیهی است که اجرای همه‌ی قواعد و شرایط آن‌ها، از این نوشتار به دور است. بنابراین برای این بخش، فقط به ذکر نام برخی از قواعد منطق جمله‌ها و منطق محمول‌ها از آن جهت که در جدول‌های اثبات، استفاده شده است، اشاره می‌شود: قاعده‌ی فرض «AP»⁶⁹، برهان خلف «IP»⁷⁰ و پنج قاعده در منطق محمول‌ها که عبارتند از: حذف سور کلی «UI»⁷¹، حذف سور وجودی «EI»⁷²، معرفی سور کلی «UG»⁷³، معرفی سور وجودی «EG»⁷⁴ و نقض سور «QN»⁷⁵.

⁶⁹. Assumed premise.

⁷⁰. Indirect proof.

⁷¹. Universal instantiation.

⁷². Existential instantiation.

⁷³. Universal generalization.

⁷⁴. Existential generalization.

⁷⁵. Quantifier negation.

صورت‌های استدلالی معتبر استلزامی	صورت‌های استدلالی معتبر هم‌ارزشی
MP وضع مقدم $A \supset B$ A	DN نقض مضاعف A
Modus ponens B	Double negation $\sim\sim A$
MT رفع تالی $A \supset B$ $\sim B$	DeM دموگان $\sim(A \wedge B)$ $\sim A \vee \sim B$
Modus tollens $\sim A$	$\sim(A \vee B)$
DS قیاس انفصالی $A \vee B$ $\sim A \quad \sim B$	Demorgans theorem $\sim A \wedge \sim B$
Disjunctive syllogism $B \quad A$	جابجایی Comm $A \vee B$ $B \vee A$
HS قیاس شرطی $A \supset B$ $B \supset C$	Commutation $A \wedge B$ $B \wedge A$
Hypothetical syllogism $A \supset C$	شرکت پذیری Assoc $A \vee (B \vee C)$ $(A \vee B) \vee C$
Simp حذف عاطف $A \wedge B / \therefore A$	$A \wedge (B \wedge C)$
Simplification $A \wedge B / \therefore B$	Association $(A \wedge B) \wedge C$
Conj معرفی عاطف A B	$A \wedge (B \vee C)$
Conjunction $A \wedge B$	بخش پذیری Dist $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ $A \vee (B \wedge C)$
Add معرفی فاصل A	Distribution $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
Addition $A \vee B$	عکس نقیض شرطی Contra $A \supset B$
CD ذو وجهین مثبت $A \supset B$ $C \supset D$	Contraposition $\sim B \supset \sim A$
$A \vee C$	استلزام Impl $A \supset B$
Constructive dilemma $B \vee D$	Implication $\sim A \vee B$
	تحویل Exp $(A \wedge B) \supset C$
	Exportation $A \supset (B \supset C)$
	راستگو (تکرار) Taut $A \wedge A$ A
	$A \vee A$
	Tautology A
	هم‌ارزشی Equiv $A \equiv B$ $(A \supset B) \wedge (B \supset A)$
	$A \equiv B$
	Equivalency $(A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$

۴. روش استنتاج طبیعی غیرمستقیم (برهان خُلف)

پروانه‌ای در قفس تناقض، گاهی شاعرانه به برهان خُلف. برهان خُلف، که گاه به آن برهان نقضی نیز می‌گویند، یکی از ظریف‌ترین و قدرتمندترین ابزارهای خرد بشری است. این برهان، هنر اثبات حقیقت، از راه ایستادن در لبه‌ی پرتگاه ناحقیقت است. گویی برای اثبات وجود نور، عمداً به تاریک‌ترین گوشه‌ها قدم می‌گذاریم تا وقتی که دستمان به دیوار سرد بی‌نوری بخورد، درخشان‌تر از همیشه به حضور نور پی ببریم. برهان خُلف، رقصی است با تاریکی برای درک شکوه نور. نبردی است که در آن، شکست خوردن در نیمه‌ی راه، خود بزرگترین پیروزی نهایی است. اصل بنیادین این روش، شکست برای پیروزی است. برهان خُلف، تنها یک تکنیک ریاضی نیست؛ بلکه یک فلسفه‌ی زندگی است. این برهان به ما می‌آموزد که:

«گاهی برای دَرکِ "بودن"، باید "نبودن" را تجربه کرد»

«گاهی برای اثباتِ "عشق"، باید طعمِ "بی‌مهری" را چشید»

«گاهی برای دَرکِ "امنیت"، باید "ترس" را به جان خرید»

در این روش، ما برای اثبات درستی یک ادّعاء مثلاً «الف صحیح است»، برعکس آن را فرض می‌کنیم، یعنی «الف غلط است» یا «نقیض الف صحیح است». سپس، با صبر و دقّت یک جواهر تراش، این فرض نادرست را می‌تراشیم و آن را تا نهایت منطقی‌اش دنبال می‌کنیم. اگر در این مسیر به یک «تناقض» یا «مُحال» رسیدیم یعنی به نتیجه‌ای رسیدیم که هم درست است و هم نادرست، یا با بدیهیات قطعی در تضادّ است، درمی‌یابیم که فرض اولیّه‌ی ما درست نبوده است. پس ناگزیر، ادّعای اصلی ما درست بوده است زیرا اجتماع نقیضین مُحال است.

در اثبات قیاس حملی به روش برهان خُلف، دقیقاً از راه استنتاج طبیعی استفاده می‌شود با این تفاوت که در استنتاج طبیعی از راه مستقیم به نتیجه می‌رسیم و در برهان خُلف، از طریق فرض کردن نقیض نتیجه و ادامه دادن استنتاج تا در نهایت به تناقضی در مقدمات برسیم. از آن‌جا که نمی‌شود یک چیز هم خودش صحیح نباشد و هم غیر آن، در نتیجه خُلف فرض که همان نتیجه باشد، استنتاج می‌شود.

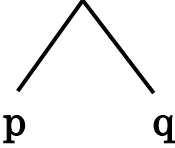
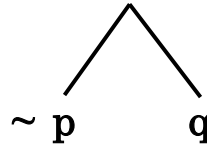
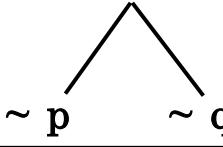
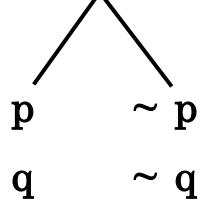
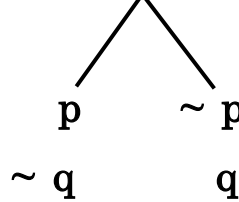
5. روش درخت‌های ارزش

در منطق، به‌ویژه در منطق گزاره‌ها و منطق محمول‌ها، یک درخت ارزش (یا درخت تحلیل ارزش یا جدول ارزش درختی یا روش تابلوها) یک روش نموداری و ساده برای تعیین اعتبار⁷⁶ یک استدلال یا بررسی وضعیّت ارزش یک فرمول است. این روش جایگزینی بصری و کارآمد برای ساخت جدول ارزش در مواردی است که تعداد متغیرهای گزاره‌ای زیاد است. هدف اصلی در این روش، نشان دادن اصل عدم تناقض است.

یک درخت ارزش شبیه یک درخت وارونه است که از رأس به سمت پایین رشد می‌کند. ریشه‌ی درخت، فرمول یا مجموعه‌ای از فرمول‌ها (مقدّمات استدلال) است که می‌خواهیم ارزش آن‌ها را تحلیل کنیم. در هر نقطه از سرشاخه‌های درخت، یک فرمول منطقی یا بخشی از آن، در آن نوشته می‌شود. شاخه‌ها مسیرهایی هستند که از رأس به سمت پایین کشیده می‌شوند. هر شاخه نشان‌دهنده‌ی یک جهان ممکن از نظر تخصیص ارزش‌های صدق به متغیرهای گزاره‌ای است. برگ‌های درخت که در انتهای یک شاخه قرار دارند، اگر بسته شوند (به تناقض برسند)، با علامت «X» مشخص می‌شوند. شاخه‌های باز نشان‌دهنده‌ی دنیاهای ممکن هستند که در آن‌ها فرمول اولیّه یعنی نقیض نتیجه که در اوّل فرض شده است، می‌تواند صادق باشد که به معنای این است که استدلال غیرمعتبر است زیرا جهان ممکن وجود دارد که با نقیض نتیجه موافق باشد.

در نتیجه، اگر همه‌ی شاخه‌ها بسته شوند نشان‌دهنده‌ی این مطلب است که استدلال اولیّه، یک تناقض است یعنی در مورد استدلال اصل نتیجه می‌توان گفت: استدلال معتبر است، زیرا فرض کردن مقدّمات و نفی نتیجه به تناقض منجر شد. اگر حدّاقلّ یک شاخه‌ی باز باقی بماند یعنی استدلال اولیّه (فرض تناقض) می‌تواند صادق باشد یعنی در مورد استدلال اصل نتیجه می‌توان گفت: استدلال نامعتبر است، زیرا دنیای ممکن (شاخه‌ی باز) وجود دارد که در آن مقدّمات صادق هستند اما نتیجه کاذب است. در این روش، از فرمول‌هایی استفاده می‌شود که بدین شرح است:

⁷⁶. Validity.

قواعد درخت‌های ارزش		
$p \wedge q \checkmark$ p q	$p \vee q \checkmark$ 	$p \supset q \checkmark$ 
$\sim \sim p \checkmark$ p	$\sim (p \wedge q) \checkmark$ 	$\sim (p \vee q) \checkmark$ $\sim p$ $\sim q$
$\sim (p \supset q) \checkmark$ p $\sim q$	$p \equiv q \checkmark$ 	$\sim (p \equiv q) \checkmark$ 

6. روش نمودارون

نمودارون یک ابزار نموداری قدرتمند و شهودی است که برای نمایش روابط منطقی بین مجموعه‌های مختلف به کار می‌رود. این نمودارها که امروزه در حوزه‌های گوناگونی از ریاضیات و آمار تا علوم کامپیوتر و منطق استفاده می‌شوند، درکی سریع و واضح از مفاهیم پیچیده‌ای مانند اتحاد، اشتراک، مکمل و تفاضل مجموعه‌ها را ارائه می‌دهند.

مُبدِع این نمودارها، منطق‌دان و فیلسوف انگلیسی به نام جان ون⁷⁷ (۱۸۳۴-۱۹۲۳) می‌باشد. او در سال (۱۸۸۰) مقاله‌ای با عنوان در باب نمایش نموداری و مکانیکی گزاره‌ها و استنتاج‌ها⁷⁸

⁷⁷. John Venn.

⁷⁸. On the diagrammatic and mechanical representation of propositions and reasonings.

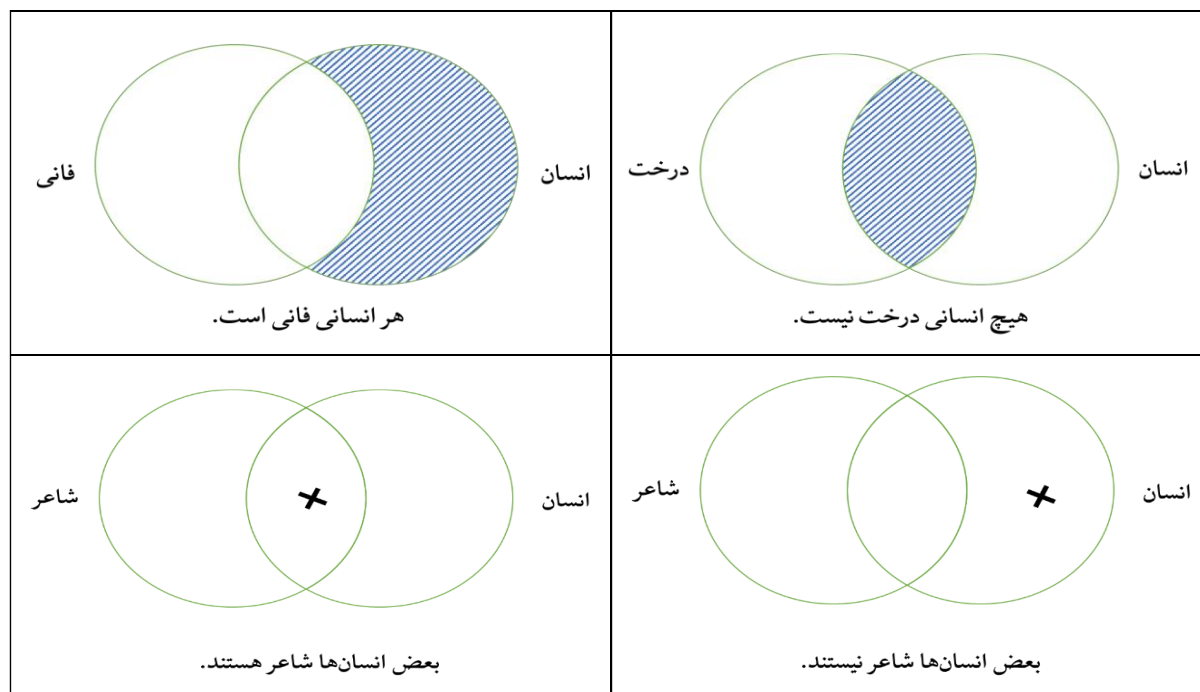
منتشر کرد و در کتابش به نام *منطق تصادفی*⁷⁹ (۱۸۸۱) این ایده را به طور کامل بسط داد. هدف و ن از ابداع این نمودارها، ارائه‌ی روشی بصری برای نمایش و تحلیل گزاره‌های منطقی و ریاضی بود. با نمودار و ن می‌توان به صورت کاملاً آشکار، اعتبار یا عدم اعتبار صورت‌های قیاس حملی را به نمایش گذاشت.

اجزاء اصلی یک نمودار و ن عبارتند از:

1. مجموعه‌ی جهانی (U): معمولاً به صورت یک مستطیل نمایش داده می‌شود که تمام مجموعه‌های دیگر و عناصر درون آن قرار می‌گیرند. این مجموعه نمایانگر تمام اشیاء یا مقادیر ممکن در بحث مورد نظر است.

2. دایره‌ها (یا منحنی‌های بسته): هر دایره نمایانگر یک مجموعه است (مانند مجموعه‌ی A، مجموعه‌ی B و ...).

3. مناطق هاشور خورده: هر ناحیه در درون نمودار (اعم از داخل دایره‌ها یا خارج از آنها) نشان‌دهنده‌ی یک دسته‌ی خاص از عناصر است.



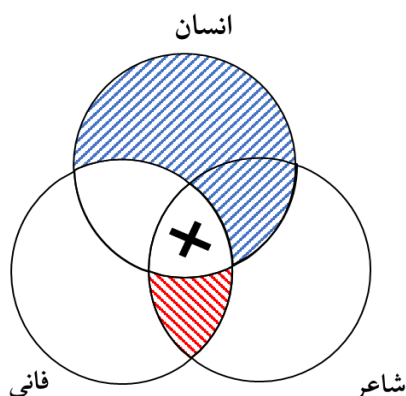
⁷⁹. The Logic of chance.

برای تعیین اعتبار قیاس حملی با استفاده از نمودار ون به روش زیر عمل می‌شود: (به یک مثال اکتفاء می‌شود زیرا بعد از پیلانِ روش درخت‌ها، جدول‌های نمودار ون در قیاس حملی به صورت کامل آورده شده است).

با توجه به چهار شکلی که آورده شد، از مقدمه‌ی اول قیاس شروع به هاشور زدن می‌کنیم. سپس مقدمه‌ی دوم قیاس را نیز هاشور می‌زنیم. اما برای نتیجه هیچ هاشور و یا علامتی نباید گذاشته شود. حال اگر قیاسی معتبر باشد، با هاشور زدن مقدمه‌ی اول و دوم، باید نتیجه را نمایش داده باشد، یعنی نتیجه جزء قسمت‌های هاشور زده از مقدمه‌ی اول و دوم خواهد بود. بنابراین، نیازی به هاشور زدن نتیجه نمی‌باشد. به عنوان مثال:

1. همه‌ی انسان‌ها فانی هستند. 2. بعضی انسان‌ها شاعر هستند. * بعضی فانی‌ها شاعر

هستند.



همان‌طور که مشاهده می‌شود، هاشور آبی رنگ برای مقدمه‌ی اول زده شده است و علامت حدّ اقلّ که با «X» مشخص شده است، برای مقدمه‌ی دوم زده شده است. حال نتیجه می‌گوید بعضی فانی‌ها شاعر هستند اما مشخص نیست بعضی از شاعران انسان هم هستند یا نه. حال بالفرض که بعضی انسان‌ها بر طبق مقدمه‌ی دوم، انسان باشند پس علامت حدّ اقلّ را آن‌جا قرار دادیم. حال با توجه به آن‌که شرط کردیم که نباید نتیجه را هاشور زد، قسمت هاشور قرمز خالی می‌ماند که احتمال دارد آن فانی که در نتیجه آمده است، انسان نباشد، اما شاعر باشد. پس استدلال غیرمعتبر است.

منابع

فارسی

1. ابن سینا، حین بن عبداللہ، النجاة، چاپ سوم، تهران، دانشگاه تهران، 1387 ه.ش.
- 2- اکبری، رضا، درآمدی نو به منطق نمادین، چاپ دوم، تهران، دانشگاه امام صادق (ع)، 1390 ه.ش.
- 3- مظفر، محمدرضا، المنطق، چاپ بیست و دوم، قم، مؤسسه اسماعیلیان، 1393 ه.ش.

مقالات

4. انواری، سعید، نحوه‌ی بیان ضرب‌های مُنتِج قیاس در سنت منطق دانان قرون وسطی، فصلنامه‌ی منطق‌پژوهی، بهار و تابستان 1400 ه.ش.
5. محمّدعلیزاده، محمّدرضا، مَرَبَّع تقابل در منطق ارسطویی و منطق رواقی، فصلنامه‌ی معرفت فلسفی، پاییز 1397 ه.ش.
6. میرزاپور، مهدی، صوری سازی قواعد قیاسی حملی ارسطویی، فصلنامه‌ی منطق‌پژوهی، پاییز 1389 ه.ش.

انگلیسی

7. Bertrand Russell , **The Principles of Mathematics** , Second Edition , Cambridge , 1963.
8. Karel hrback , **INTERDUCITIO SET THEORY**, Third Edition.
9. Ross , **Aristotle**, 1923, london.

راهنمای جدول‌ها

1. در ابتداء، تمامی حالات ممکن در شکل‌های چهارگانه در جدول‌های «1-4» آورده می‌شود. همه‌ی حالات ممکن بدین صورت محاسبه می‌شوند که هیچ اصل موضوعه‌ای که برای تعیین شرایط قیاس می‌باشند، برای فروض ممکن، در نظر گرفته نمی‌شود. با توجه به قضایای محصوره‌ی چهارگانه یعنی موجهه‌ی کلیّه، موجهه‌ی جزئیّه، سالبه‌ی کلیّه و سالبه‌ی جزئیّه که در قیاس حملی استفاده می‌شوند، برای هر کدام از صغری، کبری و نتیجه، چهار حالت و همچنین با توجه به قرار گرفتن حدّ وسط در قیاس حملی، «256» حالت ممکن به وجود می‌آید.
2. در جدول‌های «5-10» شرایط معتبر بودن قیاس حملی به روش کتاب المنطق آورده شده است. عددهایی که در جدول‌ها و در روبروی واژه‌ی عقیم نگاشته شده است، اشاره به نداشتن شروطی است که در آن صورت قیاسی، رعایت نشده است.
3. در جدول‌های «11-15» شرایط معتبر بودن قیاس حملی به روش انبساط آورده شده است. عددهایی که در جدول‌ها و در روبروی واژه‌ی عقیم نگاشته شده است، اشاره به نداشتن شروطی است که در آن صورت قیاسی، رعایت نشده است.
4. در جدول‌های «16-23» با استفاده از روش استنتاج طبیعی و به صورت مستقیم، ضرب‌های پانزده‌گانه‌ی قیاس حملی اثبات شده‌اند.
5. در جدول‌های «24-31» با استفاده از روش استنتاج طبیعی و به صورت غیر مستقیم (برهان خُلف)، ضرب‌های پانزده‌گانه‌ی قیاس حملی اثبات شده‌اند.
6. در جدول‌های «32-43» به روش درخت‌های ارزش، ضرب‌های پانزده‌گانه‌ی قیاس حملی اثبات شده‌اند و همچنین غیرمعتبر بودن موارد دیگر نیز اثبات شده است.
7. در جدول‌های «44-51» به روش نمودار وِن، ضرب‌های پانزده‌گانه‌ی قیاس حملی اثبات شده‌اند و همچنین غیرمعتبر بودن موارد دیگر نیز اثبات شده است. در این جدول‌ها، صغری با رنگ آبی و کبری با رنگ قرمز هاشور خورده است.

حالات ممکن در شکل های چهارگانه											1
شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس	شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس
1	1	A	A	A	BARBARA	33	1	E	A	A	CELARENT
2	1	A	A	I	BARBARI	34	1	E	A	I	CELARONT
3	1	A	A	E		35	1	E	A	E	
4	1	A	A	O		36	1	E	A	O	
5	1	A	I	A		37	1	E	I	A	
6	1	A	I	I	DARII	38	1	E	I	I	
7	1	A	I	E		39	1	E	I	E	
8	1	A	I	O		40	1	E	I	O	FERIO
9	1	A	E	A		41	1	E	E	A	
10	1	A	E	I		42	1	E	E	I	
11	1	A	E	E		43	1	E	E	E	
12	1	A	E	O		44	1	E	E	O	
13	1	A	O	A		45	1	E	O	A	
14	1	A	O	I		46	1	E	O	I	
15	1	A	O	E		47	1	E	O	E	
16	1	A	O	O		48	1	E	O	O	
17	1	A	A	I		49	1	O	A	I	
18	1	A	A	I		50	1	O	A	I	
19	1	A	A	E		51	1	O	A	E	
20	1	A	A	O		52	1	O	A	O	
21	1	A	I	I		53	1	O	I	I	
22	1	A	I	I		54	1	O	I	I	
23	1	A	I	E		55	1	O	I	E	
24	1	A	I	O		56	1	O	I	O	
25	1	A	E	I		57	1	O	E	I	
26	1	A	E	I		58	1	O	E	I	
27	1	A	E	E		59	1	O	E	E	
28	1	A	E	O		60	1	O	E	O	
29	1	A	O	I		61	1	O	O	I	
30	1	A	O	I		62	1	O	O	I	
31	1	A	O	E		63	1	O	O	E	
32	1	A	O	O		64	1	O	O	O	

حالات ممکن در شکل های چهارگانه										2													
شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس	شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس												
65	2	A	A	A		97	2	E	A	A	CESARE												
												66	2	A	A	I		98	2	E	A	I	
67	2	A	A	A		99	2	E	A	E	CESARO												
												68	2	A	A	O		100	2	E	A	O	
69	2	A	I	A		101	2	E	I	A													
												70	2	A	I	I		102	2	E	I	I	
71	2	A	I	A		103	2	E	I	E													
												72	2	A	I	O		104	2	E	I	O	FESTINO
73	2	A	E	A		105	2	E	E	A													
												74	2	A	E	I		106	2	E	E	I	
75	2	A	E	A	CAMESTRES	107	2	E	E	E													
												76	2	A	E	O	CAMESTROS	108	2	E	E	O	
77	2	A	O	A		109	2	E	O	E													
												78	2	A	O	I		110	2	E	O	I	
79	2	A	O	A		111	2	E	O	E													
												80	2	A	O	O	BAROCO	112	2	E	O	O	
81	2	A	A	I		113	2	E	A	O													
												82	2	A	I	I		114	2	E	A	O	
83	2	A	I	I		115	2	E	A	O													
												84	2	A	I	O		116	2	E	A	O	
85	2	A	I	I		117	2	E	I	O													
												86	2	A	I	I		118	2	E	I	O	
87	2	A	I	I		119	2	E	I	O													
												88	2	A	I	O		120	2	E	I	O	
89	2	A	E	I		121	2	E	E	O													
												90	2	A	E	I		122	2	E	E	O	
91	2	A	E	I		123	2	E	E	O													
												92	2	A	E	O		124	2	E	E	O	
93	2	A	O	I		125	2	E	O	O													
												94	2	A	O	I		126	2	E	O	O	
95	2	A	O	I		127	2	E	O	O													
												96	2	A	O	O		128	2	E	O	O	

حالات ممکن در شکل های چهارگانه										3	
شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس	شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس
129	3	A	A	A	DARAPTI	161	3	E	A	A	FELAPTON
130	3	A	A	I		162	3	E	A	I	
131	3	A	A	E		163	3	E	A	E	
132	3	A	A	O		164	3	E	A	O	
133	3	A	A	A		165	3	E	A	A	
134	3	A	A	I	DATISI	166	3	E	I	I	FERISON
135	3	A	A	I		167	3	E	I	E	
136	3	A	A	I		168	3	E	I	E	
137	3	A	A	E		169	3	E	E	E	
138	3	A	A	E		170	3	E	E	E	
139	3	A	A	E		171	3	E	E	E	
140	3	A	A	O		172	3	E	E	O	
141	3	A	A	O		173	3	E	O	E	
142	3	A	A	O		174	3	E	O	O	
143	3	A	A	E		175	3	E	O	E	
144	3	A	A	O		176	3	E	O	O	
145	3	A	A	I		177	3	E	A	O	
146	3	A	A	I		178	3	E	A	O	
147	3	A	A	I		179	3	E	A	O	
148	3	A	A	I		180	3	E	A	O	
149	3	A	A	I		181	3	E	I	O	BOCARDO
150	3	A	A	I		182	3	E	I	O	
151	3	A	A	I		183	3	E	I	O	
152	3	A	A	I		184	3	E	I	O	
153	3	A	A	I		185	3	E	E	O	
154	3	A	A	I		186	3	E	E	O	
155	3	A	A	E		187	3	E	E	O	
156	3	A	A	E		188	3	E	E	O	
157	3	A	A	O		189	3	E	O	O	
158	3	A	A	O		190	3	E	O	O	
159	3	A	A	O		191	3	E	O	O	
160	3	A	A	O		192	3	E	O	O	

حالات ممکن در شکل های چهارگانه											4
شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس	شماره	شکل	کبری	صغری	نتیجه	نام قیاس
193	4	A	A	A	BAMALIP	225	4	E	A	A	FESAPO
194	4	A	A	I		226	4	E	A	I	
195	4	A	A	E		227	4	E	A	E	
196	4	A	A	O		228	4	E	A	O	
197	4	A	I	A		229	4	E	I	A	
198	4	A	I	I		230	4	E	I	I	
199	4	A	I	E	CAMENES	231	4	E	I	E	FRESISON
200	4	A	I	O		232	4	E	I	O	
201	4	A	E	A		233	4	E	E	A	
202	4	A	E	I		234	4	E	E	I	
203	4	A	E	E		235	4	E	E	E	
204	4	A	E	O		CAMENOS	236	4	E	E	
205	4	A	O	A	237		4	E	O	A	
206	4	A	O	I	238		4	E	O	I	
207	4	A	O	E	239		4	E	O	E	
208	4	A	O	O	240		4	E	O	O	
209	4	A	A	I	DIMARIS		241	4	O	A	A
210	4	A	A	I		242	4	O	A	O	
211	4	A	A	E		243	4	O	A	E	
212	4	A	A	O		244	4	O	A	O	
213	4	A	I	I		245	4	O	I	A	
214	4	A	I	I		246	4	O	I	I	
215	4	A	I	E		247	4	O	I	E	
216	4	A	I	O		248	4	O	I	O	
217	4	A	E	I		249	4	O	E	A	
218	4	A	E	I		250	4	O	E	I	
219	4	A	E	E		251	4	O	E	E	
220	4	A	E	O		252	4	O	E	O	
221	4	A	O	I		253	4	O	O	A	
222	4	A	O	I		254	4	O	O	I	
223	4	A	O	E		255	4	O	O	E	
224	4	A	O	O		256	4	O	O	O	

5 قواعد قیاس حملی	
روش دوم (انبساط)	روش اول (قیاس حملی در کتاب المنطق)
1. حدّ اقلّ یکی از مقدمات موجب باشند. (به عبارت دیگر: هر دو مقدمه سالبه نباشند) 2. حدّ وسط حدّ اقلّ در یکی از مقدمات دارای علامت مثبت باشد. (به عبارت دیگر: حدّ وسط در هر دو مقدمه علامت منفی نداشته باشد) 3. هر کدام از موضوع یا محمول که در نتیجه علامت مثبت داشته باشند، در مقدمات نیز علامت مثبت داشته باشند. (اگر موضوع یا محمول در نتیجه علامت منفی داشته باشند، آن‌ها را بررسی نمی‌کنیم)	شرایط عمومی: 1. حدّ وسط عیناً و به یک معنا در صغری و کبری تکرار شده باشد. 2. حدّ اقلّ یکی از دو مقدمه، موجب باشند. 3. حدّ اقلّ یکی از دو مقدمه، کلیه باشند. 4. نتیجه تابع اخس مقدماتین است. 5. صغری، سالبه‌ی کلیه و کبری، وجهی جزئی نباشد. شرایط شکل اول: 6. صغری، موجب باشد. 7. کبری، کلیه باشد. شرایط شکل دوم: 8. اگر یکی از مقدمه‌ها موجب بود، آن‌گاه دیگری سالبه و بالعکس. 9. کبری، کلیه باشد. شرایط شکل سوم: 10. صغری، موجب باشد. 11. یکی از دو مقدمه، کلی باشند. شرایط شکل چهارم: 12. یکی از مقدماتش، سالبه‌ی جزئی نباشد. 13. اگر دو مقدمه موجب باشند، آن‌گاه صغری، کلیه باشد. بنابراین اگر صغری وجهی جزئی باشد، آن‌گاه کبری نمی‌تواند موجب باشد، بلکه باید سالبه‌ی کلیه باشد.

6 شکل اول		
نتیجه	کبری	صغری
م ک: { هر الف ب است }	م ک: { هر ب ج است }	م ک: { هر الف ب است }
س ک: { هیچ الف ج نیست }	س ک: { هیچ ب ج نیست }	م ک: { هر الف ب است }
عقیم (7)	م ج: { بعض ب ج است }	م ک: { هر الف ب است }
عقیم (7)	س ج: { بعض ب ج نیست }	م ک: { هر الف ب است }
عقیم (6)	م ک: { هر ب ج است }	س ک: { هیچ الف ب نیست }
عقیم (2) و (6)	س ک: { هیچ ب ج نیست }	س ک: { هیچ الف ب نیست }
عقیم (5) و (6) و (7)	م ج: { بعض ب ج است }	س ک: { هیچ الف ب نیست }
عقیم (2) و (6) و (7)	س ج: { بعض ب ج نیست }	س ک: { هیچ الف ب نیست }
م ج: { بعض الف ج است }	م ک: { هر ب ج است }	م ج: { بعض الف ب است }
س ج: { بعض الف ج نیست }	س ک: { هیچ ب ج نیست }	م ج: { بعض الف ب است }
عقیم (3) و (7)	م ج: { بعض ب ج است }	م ج: { بعض الف ب است }
عقیم (3) و (7)	س ج: { بعض ب ج نیست }	م ج: { بعض الف ب است }
عقیم (6)	م ک: { هر ب ج است }	س ج: { بعض الف ب نیست }
عقیم (2) و (6)	س ک: { هیچ ب ج نیست }	س ج: { بعض الف ب نیست }
عقیم (3) و (6) و (7)	م ج: { بعض ب ج است }	س ج: { بعض الف ب نیست }
عقیم (3) و (6) و (7)	س ج: { بعض ب ج نیست }	س ج: { بعض الف ب نیست }

7 شکل دوم		
نتیجه	کبری	صغری
عقیم (8)	م ک: {هر ج ب است}	م ک: {هر الف ب است}
س ک: {هیچ الف ج نیست}	س ک: {هیچ ج ب نیست}	م ک: {هر الف ب است}
عقیم (8) و (9)	م ج: {بعض ج ب است}	م ک: {هر الف ب است}
عقیم (9)	س ج: {بعض ج ب نیست}	م ک: {هر الف ب است}
س ک: {هیچ الف ج نیست}	م ک: {هر ج ب است}	س ک: {هیچ الف ب نیست}
عقیم (2) و (8)	س ک: {هیچ ج ب نیست}	س ک: {هیچ الف ب نیست}
عقیم (5) و (9)	م ج: {بعض ج ب است}	س ک: {هیچ الف ب نیست}
عقیم (2) و (8) و (9)	س ج: {بعض ج ب نیست}	س ک: {هیچ الف ب نیست}
عقیم (8)	م ک: {هر ج ب است}	م ج: {بعض الف ب است}
س ج: {بعض الف ج نیست}	س ک: {هیچ ج ب نیست}	م ج: {بعض الف ب است}
عقیم (3) و (8) و (9)	م ج: {بعض ج ب است}	م ج: {بعض الف ب است}
عقیم (3) و (9)	س ج: {بعض ج ب نیست}	م ج: {بعض الف ب است}
س ج: {بعض الف ج نیست}	م ک: {هر ج ب است}	س ج: {بعض الف ب نیست}
عقیم (2) و (8)	س ک: {هیچ ج ب نیست}	س ج: {بعض الف ب نیست}
عقیم (3) و (9)	م ج: {بعض ج ب است}	س ج: {بعض الف ب نیست}
عقیم (3) و (8) و (9)	س ج: {بعض ج ب نیست}	س ج: {بعض الف ب نیست}

8 شکل سوّم		
نتیجه	کبری	صغری
م ج: { بعض الف ج است }	م ک: { هرب ج است }	م ک: { هرب الف است }
س ج: { بعض الف ج نیست }	س ک: { هیچ ب ج نیست }	م ک: { هرب الف است }
م ج: { بعض الف ج است }	م ج: { بعض ب ج است }	م ک: { هرب الف است }
س ج: { بعض الف ج نیست }	س ج: { بعض ب ج نیست }	م ک: { هرب الف است }
عقیم (10)	م ک: { هرب ج است }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (2) و (10)	س ک: { هیچ ب ج نیست }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (5) و (10)	م ج: { بعض ب ج است }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (2) و (10)	س ج: { بعض ب ج نیست }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
م ج: { بعض الف ج است }	م ک: { هرب ج است }	م ج: { بعض ب الف است }
س ج: { بعض الف ج نیست }	س ک: { هیچ ب ج نیست }	م ج: { بعض ب الف است }
عقیم (3) و (11)	م ج: { بعض ب ج است }	م ج: { بعض ب الف است }
عقیم (3) و (11)	س ج: { بعض ب ج نیست }	م ج: { بعض ب الف است }
عقیم (10)	م ک: { هرب ج است }	س ج: { بعض ب الف نیست }
عقیم (2) و (10)	س ک: { هیچ ب ج نیست }	س ج: { بعض ب الف نیست }
عقیم (3) و (10) و (11)	م ج: { بعض ب ج است }	س ج: { بعض ب الف نیست }
عقیم (3) و (10) و (11)	س ج: { بعض ب ج نیست }	س ج: { بعض ب الف نیست }

9 شکل چهارم		
نتیجه	کبری	صغری
م ج: { بعض الف ج است }	م ک: { هرج ب است }	م ک: { هرب الف است }
س ج: { بعض الف ج نیست }	س ک: { هیچ ج ب نیست }	م ک: { هرب الف است }
م ج: { بعض الف ج است }	م ج: { بعض ج ب است }	م ک: { هرب الف است }
عقیم (12)	س ج: { بعض ج ب نیست }	م ک: { هرب الف است }
س ک: { هیچ الف ج نیست }	م ک: { هرج ب است }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (2)	س ک: { هیچ ج ب نیست }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (5)	م ج: { بعض ج ب است }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (2) و (12)	س ج: { بعض ج ب نیست }	س ک: { هیچ ب الف نیست }
عقیم (13)	م ک: { هرج ب است }	م ج: { بعض ب الف است }
س ج: { بعض الف ج نیست }	س ک: { هیچ ج ب نیست }	م ج: { بعض ب الف است }
عقیم (3) و (13)	م ج: { بعض ج ب است }	م ج: { بعض ب الف است }
عقیم (3) و (12)	س ج: { بعض ج ب نیست }	م ج: { بعض ب الف است }
عقیم (12)	م ک: { هرج ب است }	س ج: { بعض ب الف نیست }
عقیم (2) و (12)	س ک: { هیچ ج ب نیست }	س ج: { بعض ب الف نیست }
عقیم (3) و (12)	م ج: { بعض ج ب است }	س ج: { بعض ب الف نیست }
عقیم (3) و (12)	س ج: { بعض ج ب نیست }	س ج: { بعض ب الف نیست }

صورت‌های مُنتِج قیاس حملی			10
نتیجه	کبری	صغری	
نتیجه اول	م ک: {هر ب ج است}	م ک: {هر الف ب است}	شکل اول
	س ک: {هیچ الف ج نیست}	م ک: {هر الف ب است}	
	م ج: {بعض الف ج است}	م ج: {بعض الف ب است}	
	س ج: {بعض الف ج نیست}	م ج: {بعض الف ب است}	
نتیجه دوم	س ک: {هیچ الف ج نیست}	م ک: {هر الف ب است}	شکل دوم
	س ک: {هیچ الف ج نیست}	س ک: {هیچ الف ب نیست}	
	س ج: {بعض الف ج نیست}	م ج: {بعض الف ب است}	
	س ج: {بعض الف ج نیست}	س ج: {بعض الف ب نیست}	
نتیجه سوم	م ج: {بعض الف ج است}	م ک: {هر ب ج است}	شکل سوم
	س ج: {بعض الف ج نیست}	م ک: {هر ب الف است}	
	م ج: {بعض الف ج است}	م ج: {بعض ب ج است}	
	س ج: {بعض الف ج نیست}	س ج: {بعض ب ج نیست}	
	م ج: {بعض الف ج است}	م ک: {هر ب ج است}	
	س ج: {بعض الف ج نیست}	س ک: {هیچ ب ج نیست}	
نتیجه چهارم	م ج: {بعض الف ج است}	م ک: {هر ب الف است}	شکل چهارم
	س ج: {بعض الف ج نیست}	م ک: {هر ب الف است}	
	م ج: {بعض الف ج است}	م ک: {هر ب الف است}	
	س ک: {هیچ الف ج نیست}	س ک: {هیچ ب الف نیست}	
	س ج: {بعض الف ج نیست}	م ج: {بعض ب الف است}	

11 شکل اوّل		
نتیجه	کبری	صغری
م ک: { هر الف ⁺ ج است ⁻ }	م ک: { هر ب ⁺ ج است ⁻ }	م ک: { هر الف ⁺ ب است ⁻ }
س ک: { هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	س ک: { هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: { هر الف ⁺ ب است ⁻ }
عقیم (2)	م ج: { بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	م ک: { هر الف ⁺ ب است ⁻ }
عقیم (2)	س ج: { بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	م ک: { هر الف ⁺ ب است ⁻ }
عقیم (3)	م ک: { هر ب ⁺ ج است ⁻ }	س ک: { هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ک: { هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	س ک: { هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }
عقیم (3)	م ج: { بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	س ک: { هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ج: { بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: { هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }
م ج: { بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: { هر ب ⁺ ج است ⁻ }	م ج: { بعض الف ⁻ ب است ⁻ }
س ج: { بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: { هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ج: { بعض الف ⁻ ب است ⁻ }
عقیم (2)	م ج: { بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	م ج: { بعض الف ⁻ ب است ⁻ }
عقیم (2)	س ج: { بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	م ج: { بعض الف ⁻ ب است ⁻ }
عقیم (3)	م ک: { هر ب ⁺ ج است ⁻ }	س ج: { بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ک: { هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	س ج: { بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }
عقیم (3)	م ج: { بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	س ج: { بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ج: { بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	س ج: { بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }

شکل دوم			12
نتیجه	کبری	صغری	
عقیم (2)	م ک: {هرج ⁺ ب است ⁻ }	م ک: {هرالف ⁺ ب است ⁻ }	
س ک: {هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	م ک: {هرالف ⁺ ب است ⁻ }	
عقیم (2)	م ج: {بعض ج ⁻ ب است ⁻ }	م ک: {هرالف ⁺ ب است ⁻ }	
عقیم (3)	س ج: {بعض ج ⁻ ب نیست ⁺ }	م ک: {هرالف ⁺ ب است ⁻ }	
س ک: {هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: {هرج ⁺ ب است ⁻ }	س ک: {هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }	
عقیم (1)	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	س ک: {هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }	
عقیم (3)	م ج: {بعض ج ⁻ ب است ⁻ }	س ک: {هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }	
عقیم (1)	س ج: {بعض ج ⁻ ب نیست ⁺ }	س ک: {هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }	
عقیم (2)	م ک: {هرج ⁺ ب است ⁻ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
عقیم (2)	م ج: {بعض ج ⁻ ب است ⁻ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
عقیم (3)	س ج: {بعض ج ⁻ ب نیست ⁺ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	م ک: {هرج ⁺ ب است ⁻ }	س ج: {بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }	
عقیم (1)	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	س ج: {بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }	
عقیم (3)	م ج: {بعض ج ⁻ ب است ⁻ }	س ج: {بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }	
عقیم (1)	س ج: {بعض ج ⁻ ب نیست ⁺ }	س ج: {بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }	

13 شکل سوّم		
نتیجه	کبری	صغری
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هرب ⁺ ج است ⁻ }	م ک: {هرب ⁺ الف است ⁻ }
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: {هرب ⁺ الف است ⁻ }
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ج: {بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هرب ⁺ الف است ⁻ }
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ج: {بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	م ک: {هرب ⁺ الف است ⁻ }
عقیم (3)	م ک: {هرب ⁺ ج است ⁻ }	س ک: {هیچ ب ⁺ الف نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ الف نیست ⁺ }
عقیم (3)	م ج: {بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	س ک: {هیچ ب ⁺ الف نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ج: {بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ الف نیست ⁺ }
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هرب ⁺ ج است ⁻ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }
عقیم (2)	م ج: {بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }
عقیم (2)	س ج: {بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }
عقیم (3)	م ک: {هرب ⁺ ج است ⁻ }	س ج: {بعض ب ⁻ الف نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	س ج: {بعض ب ⁻ الف نیست ⁺ }
عقیم (2)	م ج: {بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	س ج: {بعض ب ⁻ الف نیست ⁺ }
عقیم (1)	س ج: {بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	س ج: {بعض ب ⁻ الف نیست ⁺ }

14 شکل چهارم		
نتیجه	کبری	صغری
م ج: {بعض الف - ج است -}	م ک: {هرج + ب است -}	م ک: {هرب + الف است -}
س ج: {بعض الف - ج نیست +}	س ک: {هیچ ج + ب نیست +}	م ک: {هرب + الف است -}
م ج: {بعض الف - ج است -}	م ج: {بعض ج - ب است -}	م ک: {هرب + الف است -}
عقیم (3)	س ج: {بعض ج - ب نیست +}	م ک: {هرب + الف است -}
س ک: {هیچ الف + ج نیست +}	م ک: {هرج + ب است -}	س ک: {هیچ ب + الف نیست +}
عقیم (1)	س ک: {هیچ ج + ب نیست +}	س ک: {هیچ ب + الف نیست +}
عقیم (3)	م ج: {بعض ج - ب است -}	س ک: {هیچ ب + الف نیست +}
عقیم (1)	س ج: {بعض ج - ب نیست +}	س ک: {هیچ ب + الف نیست +}
عقیم (2)	م ک: {هرج + ب است -}	م ج: {بعض ب - الف است -}
س ج: {بعض الف - ج نیست +}	س ک: {هیچ ج + ب نیست +}	م ج: {بعض ب - الف است -}
عقیم (2)	م ج: {بعض ج - ب است -}	م ج: {بعض ب - الف است -}
عقیم (3)	س ج: {بعض ج - ب نیست +}	م ج: {بعض ب - الف است -}
عقیم (2)	م ک: {هرج + ب است -}	س ج: {بعض ب - الف نیست +}
عقیم (1)	س ک: {هیچ ج + ب نیست +}	س ج: {بعض ب - الف نیست +}
عقیم (2)	م ج: {بعض ج - ب است -}	س ج: {بعض ب - الف نیست +}
عقیم (1)	س ج: {بعض ج - ب نیست +}	س ج: {بعض ب - الف نیست +}

صورت‌های مُنتِج قیاس حملی			15
نتیجه	کبری	صغری	
م ک: {هر الف ⁺ ج است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ ج است ⁻ }	م ک: {هر الف ⁺ ب است ⁻ }	شکل اول
س ک: {هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: {هر الف ⁺ ب است ⁻ }	
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ ج است ⁻ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
س ک: {هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	م ک: {هر الف ⁺ ب است ⁻ }	شکل دوم
س ک: {هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: {هر ج ⁺ ب است ⁻ }	س ک: {هیچ الف ⁺ ب نیست ⁺ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	م ج: {بعض الف ⁻ ب است ⁻ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	م ک: {هر ج ⁺ ب است ⁻ }	س ج: {بعض الف ⁻ ب نیست ⁺ }	
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ ج است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	شکل سوم
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ج: {بعض ب ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ج: {بعض ب ⁻ ج نیست ⁺ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ ج است ⁻ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ب ⁺ ج نیست ⁺ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }	
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ک: {هر ج ⁺ ب است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	شکل چهارم
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	
م ج: {بعض الف ⁻ ج است ⁻ }	م ج: {بعض ج ⁻ ب است ⁻ }	م ک: {هر ب ⁺ الف است ⁻ }	
س ک: {هیچ الف ⁺ ج نیست ⁺ }	م ک: {هر ج ⁺ ب است ⁻ }	س ک: {هیچ ب ⁺ الف نیست ⁺ }	
س ج: {بعض الف ⁻ ج نیست ⁺ }	س ک: {هیچ ج ⁺ ب نیست ⁺ }	م ج: {بعض ب ⁻ الف است ⁻ }	

16 Figure 1 With Natural Deduction	
BARBARA	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\forall x)(Bx \supset Cx)$	/ $\ast (\forall x)(Ax \supset Cx)$
3. $Ax \supset Bx$	1 UI
4. $Bx \supset Cx$	2 UI
5. $Ax \supset Cx$	3,4 HS
6. $(\forall x)(Ax \supset Cx)$	5 UG
CELARENT	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$	/ $\ast (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$
3. $Ax \supset Bx$	1 UI
4. $Bx \supset \sim Cx$	2 UI
5. $Ax \supset \sim Cx$	3,4 HS
6. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	5 UG

17	Figure 1 With Natural Deduction	
DARII		
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$		
2. $(\forall x)(Bx \supset Cx)$	/ $\ast (\exists x)(Ax \wedge Cx)$	
3. $Ax \wedge Bx$	1	EI
4. $Bx \supset Cx$	2	UI
5. Bx	3	Simp
6. Cx	4,5	MP
7. Ax	3	Simp
8. $Ax \wedge Cx$	6,7	Conj
9. $(\exists x)(Ax \wedge Cx)$	8	EG
FERIO		
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$		
2. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$	/ $\ast (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	
3. $Ax \wedge Bx$	1	EI
4. $Bx \supset \sim Cx$	2	UI
5. Bx	3	Simp
6. $\sim Cx$	4,5	MP
7. Ax	3	Simp
8. $Ax \wedge \sim Cx$	6,7	Conj
9. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	8	EG

18	Figure 2 With Natural Deduction	
CESARE		
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$		
2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$	$/ \ast (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	
3. $Ax \supset Bx$		1 UI
4. $Cx \supset \sim Bx$		2 UI
5. $\sim Cx \vee \sim Bx$		4 Impl
6. $\sim Bx \vee \sim Cx$		5 Comm
7. $Bx \supset \sim Cx$		6 Impl
8. $Ax \supset \sim Cx$		3,7 HS
9. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$		8 UG
CAMESTRES		
1. $(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$		
2. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	$/ \ast (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	
3. $Cx \supset \sim Bx$		1 UI
4. $Ax \supset Bx$		2 UI
5. $\sim Cx \vee \sim Bx$		3 Impl
6. $\sim Bx \vee \sim Cx$		5 Comm
7. $Bx \supset \sim Cx$		6 Impl
8. $Ax \supset \sim Cx$		4,7 HS
9. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$		8 UG

19 Figure 2 With Natural Deduction	
FESTINO	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$	$/ \ast (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$
3. $Ax \wedge Bx$	1 EI
4. $Cx \supset \sim Bx$	2 UI
5. Bx	3 Simp
6. $\sim Cx$	4,5 MT
7. Ax	3 Simp
8. $Ax \wedge \sim Cx$	6,7 Conj
9. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	8 EG
BAROCO	
1. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Bx)$	
2. $(\forall x)(Cx \supset Bx)$	$/ \ast (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$
3. $Ax \wedge \sim Bx$	1 EI
4. $Cx \supset Bx$	2 UI
5. $\sim Bx$	3 Simp
6. $\sim Cx$	4,5 MT
7. Ax	3 Simp
8. $Ax \wedge \sim Cx$	6,7 Conj
9. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	8 EG

20	Figure 3 With Natural Deduction	
DISAMIS		
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$		
2. $(\exists x)(Ax \wedge Cx)$	/ $\ast (\exists x)(Bx \wedge Cx)$	
3. $Ax \wedge Cx$	2	EI
4. $Ax \supset Bx$	1	UI
5. Ax	3	Simp
6. Bx	4,5	MP
7. Cx	3	Simp
8. $Bx \wedge Cx$	6,7	Conj
9. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$	8	EG
DATISI		
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$		
2. $(\forall x)(Ax \supset Cx)$	/ $\ast (\exists x)(Bx \wedge Cx)$	
3. $Ax \wedge Bx$	1	EI
4. $Ax \supset Cx$	2	UI
5. Ax	3	Simp
6. Cx	4,5	MP
7. Bx	3	Simp
8. $Bx \wedge Cx$	6,7	Conj
9. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$	8	EG

21 Figure 3 With Natural Deduction	
BOCARDO	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
3. $Ax \wedge \sim Cx$	2 EI
4. $Ax \supset Bx$	1 UI
5. Ax	3 Simp
6. Bx	4,5 MP
7. $\sim Cx$	3 Simp
8. $Bx \wedge \sim Cx$	6,7 Conj
9. $(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	8 EG
FERISON	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
3. $Ax \wedge Bx$	1 EI
4. $Ax \supset \sim Cx$	2 UI
5. Ax	3 Simp
6. $\sim Cx$	4,5 MP
7. Bx	3 Simp
8. $Bx \wedge \sim Cx$	6,7 Conj
9. $(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	8 EG

22 Figure 4 With Natural Deduction	
CAMENES	
1. $(\forall x)(Ax \supset \sim Bx)$	
2. $(\forall x)(Cx \supset Ax)$	$/ \ast (\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$
3. $Ax \supset \sim Bx$	1 UI
4. $Cx \supset Ax$	2 UI
5. $Cx \supset \sim Bx$	3,4 HS
6. $\sim Cx \vee \sim Bx$	5 Impl
7. $\sim Bx \vee \sim Cx$	6 Comm
8. $Bx \supset \sim Cx$	7 Impl
9. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$	8 UG
DIMARIS	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\exists x)(Cx \wedge Ax)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge Cx)$
3. $Cx \wedge Ax$	2 EI
4. $Ax \supset Bx$	1 UI
5. Ax	3 Simp
6. Bx	4,5 MP
7. Cx	3 Simp
8. $Bx \wedge Cx$	6,7 Conj
9. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$	8 EG

23 Figure 4 With Natural Deduction	
FRESISON	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Ax)$	/ $\ast (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
3. $Ax \wedge Bx$	1 EI
4. $Cx \supset \sim Ax$	2 UI
5. Ax	3 Simp
6. $\sim Cx$	4,5 MT
7. Bx	3 Simp
8. $Bx \wedge \sim Cx$	6,7 Conj
9. $(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	8 EG

24

Figure 1 With Indirect Proof

BARBARA

1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\forall x)(Bx \supset Cx)$	$/ \therefore (\forall x)(Ax \supset Cx)$
→ 3. $\sim (\forall x)(Ax \supset Cx)$	AP
4. $(\exists x) \sim (Ax \supset Cx)$	3 QN
5. $\sim (Ax \supset Cx)$	4 EI
6. $\sim (\sim Ax \vee Cx)$	5 Impl
7. $Ax \wedge \sim Cx$	6 DeM
8. $Ax \supset Bx$	1 UI
9. $Bx \supset Cx$	2 UI
10. Ax	7 Simp
11. Bx	8,10 MP
12. Cx	9,11 MP
13. $\sim Cx$	7 Simp
14. $Cx \wedge \sim Cx$	12,13 Conj
15. $(\forall x)(Ax \supset Cx)$	3-14 IP

CELARENT

1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$	$/ \therefore (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$
→ 3. $\sim (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	AP
4. $(\exists x) \sim (Ax \supset \sim Cx)$	2 QN
5. $\sim (Ax \supset \sim Cx)$	4 EI
6. $\sim (\sim Ax \vee \sim Cx)$	5 Impl
7. $Ax \wedge Cx$	6 DeM
8. $Ax \supset Bx$	1 UI
9. $Bx \supset \sim Cx$	2 UI
10. Ax	7 Simp
11. Bx	8,10 MP
12. $\sim Cx$	9,11 MP
13. Cx	7 Simp
14. $Cx \wedge \sim Cx$	12,13 Conj
15. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	3-14 IP

25

Figure 1 With Indirect Proof

DARII

1.	$(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2.	$(\forall x)(Bx \supset Cx)$	$/ \therefore (\exists x)(Ax \wedge Cx)$
→ 3.	$\sim (\exists x)(Ax \wedge Cx)$	AP
4.	$(\forall x) \sim (Ax \wedge Cx)$	3 QN
5.	$Ax \wedge Bx$	1 EI
6.	$Bx \supset Cx$	2 UI
7.	$\sim (Ax \wedge Cx)$	4 UI
8.	$\sim Ax \vee \sim Cx$	7 DeM
9.	Ax	5 Simp
10.	$\sim Cx$	8,9 DS
11.	$\sim Bx$	6,10 MT
12.	Bx	5 Simp
13.	$Bx \wedge \sim Bx$	11,12 Conj
14.	$(\exists x)(Ax \wedge Cx)$	3-13 IP

FERIO

1.	$(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2.	$(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$	$/ \therefore (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$
→ 3.	$\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	AP
4.	$(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$	3 QN
5.	$Ax \wedge Bx$	1 EI
6.	$Bx \supset \sim Cx$	2 UI
7.	$\sim (Ax \wedge \sim Cx)$	4 UI
8.	$\sim Ax \vee Cx$	7 DeM
9.	Ax	5 Simp
10.	Cx	8,9 DS
11.	$\sim Bx$	6,10 MT
12.	Bx	5 Simp
13.	$Bx \wedge \sim Bx$	11,12 Conj
14.	$(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	3-13 IP

26

Figure 2 With Indirect Proof

CESARE		
1.	$(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2.	$(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$	$/ \therefore (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$
→ 3.	$\sim (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	AP
4.	$(\exists x) \sim (Ax \supset \sim Cx)$	3 QN
5.	$\sim (Ax \supset \sim Cx)$	4 EI
6.	$\sim (\sim Ax \vee \sim Cx)$	5 Impl
7.	$Ax \wedge Cx$	6 DeM
8.	$Ax \supset Bx$	1 UI
9.	$Cx \supset \sim Bx$	2 UI
10.	Cx	7 Simp
11.	$\sim Bx$	9,10 MP
12.	$\sim Ax$	8,11 MP
13.	Ax	7 Simp
14.	$Ax \wedge \sim Ax$	12,13 Conj
15.	$(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	3-14 IP

CAMESTRES		
1.	$(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$	
2.	$(\forall x)(Ax \supset Bx)$	$/ \therefore (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$
→ 3.	$\sim (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	AP
4.	$(\exists x) \sim (Ax \supset \sim Cx)$	3 QN
5.	$\sim (Ax \supset \sim Cx)$	4 EI
6.	$\sim (\sim Ax \vee \sim Cx)$	5 Impl
7.	$Ax \wedge Cx$	6 DeM
8.	$Cx \supset \sim Bx$	1 UI
9.	$Ax \supset Bx$	2 UI
10.	Ax	7 Simp
11.	Bx	9,10 MP
12.	$\sim Cx$	8,11 MT
13.	Cx	7 Simp
14.	$Cx \wedge \sim Cx$	12,13 Conj
15.	$(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	3-14 IP

27	Figure 2 With Indirect Proof		
FESTINO			
	1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$		
	2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$	/ $\Delta (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	
	3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	AP	
	4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$	3 QN	
	5. $Ax \wedge Bx$	1 EI	
	6. $Cx \supset \sim Bx$	2 UI	
	7. $\sim (Ax \wedge \sim Cx)$	4 UI	
	8. $\sim Ax \vee Cx$	7 DeM	
	9. Ax	5 Simp	
	10. Cx	8,9 DS	
	11. $\sim Bx$	6,10 MT	
	12. Bx	5 Simp	
	13. $Bx \wedge \sim Bx$	11,12 Conj	
		14. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	3-13 IP
	BAROCO		
	1. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Bx)$		
	2. $(\forall x)(Cx \supset Bx)$	/ $\Delta (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	
	3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	AP	
	4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$	3 QN	
	5. $Ax \wedge \sim Bx$	1 EI	
	6. $Cx \supset Bx$	2 UI	
	7. $\sim (Ax \wedge \sim Cx)$	4 UI	
	8. $\sim Ax \vee Cx$	7 DeM	
	9. Ax	5 Simp	
	10. Cx	8,9 DS	
	11. Bx	6,10 MT	
	12. $\sim Bx$	5 Simp	
	13. $Bx \wedge \sim Bx$	11,12 Conj	
		14. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	3-13 IP

28

Figure 3 With Indirect Proof

DISAMIS

1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2. $(\exists x)(Ax \wedge Cx)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge Cx)$
→ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$	AP
4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$	3 QN
5. $Ax \wedge Cx$	2 EI
6. $Ax \supset Bx$	1 UI
7. $\sim (Bx \wedge Cx)$	4 UI
8. $\sim Bx \vee \sim Cx$	7 DeM
9. Ax	5 Simp
10. Bx	6,9 MP
11. $\sim Cx$	8,10 DS
12. Cx	5 Simp
13. $Cx \wedge \sim Cx$	11,12 Conj
14. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$	3-13 IP

DATISI

1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2. $(\forall x)(Ax \supset Cx)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge Cx)$
→ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$	AP
4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$	3 QN
5. $Ax \wedge Bx$	1 EI
6. $Ax \supset Cx$	2 UI
7. $\sim (Bx \wedge Cx)$	4 UI
8. $\sim Bx \vee \sim Cx$	7 DeM
9. Bx	5 Simp
10. $\sim Cx$	8,9 DS
11. $\sim Ax$	6,10 MT
12. Ax	5 Simp
13. $Ax \wedge \sim Ax$	11,12 Conj
14. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$	3-13 IP

29

Figure 3 With Indirect Proof

BOCARDO

1.	$(\forall x)(Ax \supset Bx)$	
2.	$(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
→ 3.	$\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	AP
4.	$(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$	3 QN
5.	$Ax \wedge \sim Cx$	2 EI
6.	$Ax \supset Bx$	1 UI
7.	$\sim (Bx \wedge \sim Cx)$	4 UI
8.	$\sim Bx \vee Cx$	7 DeM
9.	$\sim Cx$	5 Simp
10.	$\sim Bx$	8,9 DS
11.	$\sim Ax$	6,10 MT
12.	Ax	5 Simp
13.	$Ax \wedge \sim Ax$	11,12 Conj
14.	$(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	3-13 IP

FERISON

1.	$(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
2.	$(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$	$/ \ast (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
→ 3.	$\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	AP
4.	$(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$	3 QN
5.	$Ax \wedge Bx$	1 EI
6.	$Ax \supset \sim Cx$	2 UI
7.	$\sim (Bx \wedge \sim Cx)$	4 UI
8.	$\sim Bx \vee Cx$	7 DeM
9.	Bx	5 Simp
10.	Cx	8,9 DS
11.	$\sim Ax$	6,10 MT
12.	Ax	5 Simp
13.	$Ax \wedge \sim Ax$	11,12 Conj
14.	$(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	3-13 IP

30

Figure 4 With Indirect Proof

CAMENES		
1. $(\forall x)(Ax \supset \sim Bx)$		
2. $(\forall x)(Cx \supset Ax)$		$/ \therefore (\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$
→ 3. $\sim (\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$		AP
4. $(\exists x) \sim (Bx \supset \sim Cx)$		3 QN
5. $\sim (Bx \supset \sim Cx)$		4 EI
6. $\sim (\sim Bx \vee \sim Cx)$		5 Impl
7. $Bx \wedge Cx$		6 DeM
8. $Ax \supset \sim Bx$		1 UI
9. $Cx \supset Ax$		2 UI
10. Bx		7 Simp
11. $\sim Ax$		8,10 MT
12. $\sim Cx$		9,11 MT
13. Cx		7 Simp
14. $Cx \wedge \sim Cx$		12,13 Conj
15. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$		3-14 IP
DIMARIS		
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$		
2. $(\exists x)(Cx \wedge Ax)$		$/ \therefore (\exists x)(Bx \wedge Cx)$
→ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$		AP
4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$		3 QN
5. $Cx \wedge Ax$		2 EI
6. $Ax \supset Bx$		1 UI
7. $\sim (Bx \wedge Cx)$		4 UI
8. $\sim Bx \vee \sim Cx$		7 DeM
9. Cx		5 Simp
10. $\sim Bx$		8,9 DS
11. $\sim Ax$		6,10 MT
12. Ax		5 Simp
13. $Ax \wedge \sim Ax$		11,12 Conj
14. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$		3-13 IP

31	Figure 4 With Indirect Proof	
	FRESISON	
	1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$	
	2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Ax)$	$/ \therefore (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
	3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	AP
	4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$	3 QN
	5. $Ax \wedge Bx$	1 EI
	6. $Cx \supset \sim Ax$	2 UI
	7. $\sim (Bx \wedge \sim Cx)$	4 UI
	8. $\sim Bx \vee Cx$	7 DeM
	9. Bx	5 Simp
	10. Cx	8,9 DS
	11. $\sim Ax$	6,10 MP
	12. Ax	5 Simp
	13. $Ax \wedge \sim Ax$	11,12 Conj
	14. $(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$	3-13 IP

32	Figure 1 With Truth Tree Method			
BARBARA				
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$				
2. $(\forall x)(Bx \supset Cx)$	$/ \wedge (\forall x)(Ax \supset Cx)$			
3. $\sim (\forall x)(Ax \supset Cx)$				
4. $(\exists x) \sim (Ax \supset Cx)$	3 QN			
5. $\sim (Ax \supset Cx)\vee$	4 EI			
6. Ax	5			
7. $\sim Cx$	5			
8. $Ax \supset Bx\vee$	1 UI			
9. $Bx \supset Cx\vee$	2 UI			
$\sim Ax$ $\mathbf{X}$ Bx $\sim Bx$ $\mathbf{X}$ Cx $\mathbf{X}$			8	
			9	
Valid				
CELARENT				
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$				
2. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$	$/ \wedge (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$			
3. $\sim (\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$				
4. $(\exists x) \sim (Ax \supset \sim Cx)$	3 QN			
5. $\sim (Ax \supset \sim Cx)\vee$	4 EI			
6. Ax	5			
7. Cx	5			
8. $Ax \supset Bx\vee$	1 UI			
9. $Bx \supset \sim Cx\vee$	2 UI			
$\sim Ax$ $\mathbf{X}$ Bx $\sim Bx$ $\mathbf{X}$ $\sim Cx$ $\mathbf{X}$			8	
			9	
Valid				

33	Figure 1 With Truth Tree Method
DARII	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$ 2. $(\forall x)(Bx \supset Cx)$ 3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge Cx)$ 5. $Ax \wedge Bx \vee$ 6. Ax 7. Bx 8. $Bx \supset Cx \vee$ 9. $\sim (Ax \wedge Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Ax \wedge Cx)$ 3 QN 1 EI 5 5 2 UI 4 UI
$\sim Bx$ $\times$	8
Cx $\sim Ax$ $\times$	9
$\sim Cx$ $\times$	
Valid	
FERIO	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$ 2. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$ 3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$ 5. $Ax \wedge Bx \vee$ 6. Ax 7. Bx 8. $Bx \supset \sim Cx \vee$ 9. $\sim (Ax \wedge \sim Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 3 QN 1 EI 5 5 2 UI 4 UI
$\sim Bx$ $\times$	8
$\sim Cx$ $\sim Ax$ $\times$	9
Cx $\times$	
Valid	

Figure 1 With Truth Tree Method

1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ 2. $(\forall x)(Bx \supset Cx)$ 3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge Cx)$ 5. $\sim (Ax \wedge Cx) \checkmark$ 6. $Ax \supset Bx \checkmark$ 7. $Bx \supset Cx \checkmark$	$/ \Delta (\exists x)(Ax \wedge Cx)$ 3 QN 4 UI 1 UI 2 UI
--	---

$\sim Ax$	5
$\sim Ax$ Bx	
$\sim Bx$ Cx $\sim Bx$ Cx	6
$\sim Bx$ Cx $\sim Bx$ Cx	
$\times$ $\times$ $\times$ $\times$	7

Invalid

1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ 2. $(\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$ 3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$ 5. $\sim (Ax \wedge \sim Cx) \vee$ 6. $Ax \supset Bx \vee$ 7. $Bx \supset \sim Cx \vee$	$/ \therefore (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 3 QN 4 UI 1 UI 2 UI
--	---

$\sim Ax$	5
$\sim Ax$ Bx	6
$\sim Bx$ $\sim Cx$ $\sim Bx$ $\sim Cx$	7
$\times$ $\times$ $\times$ $\times$	

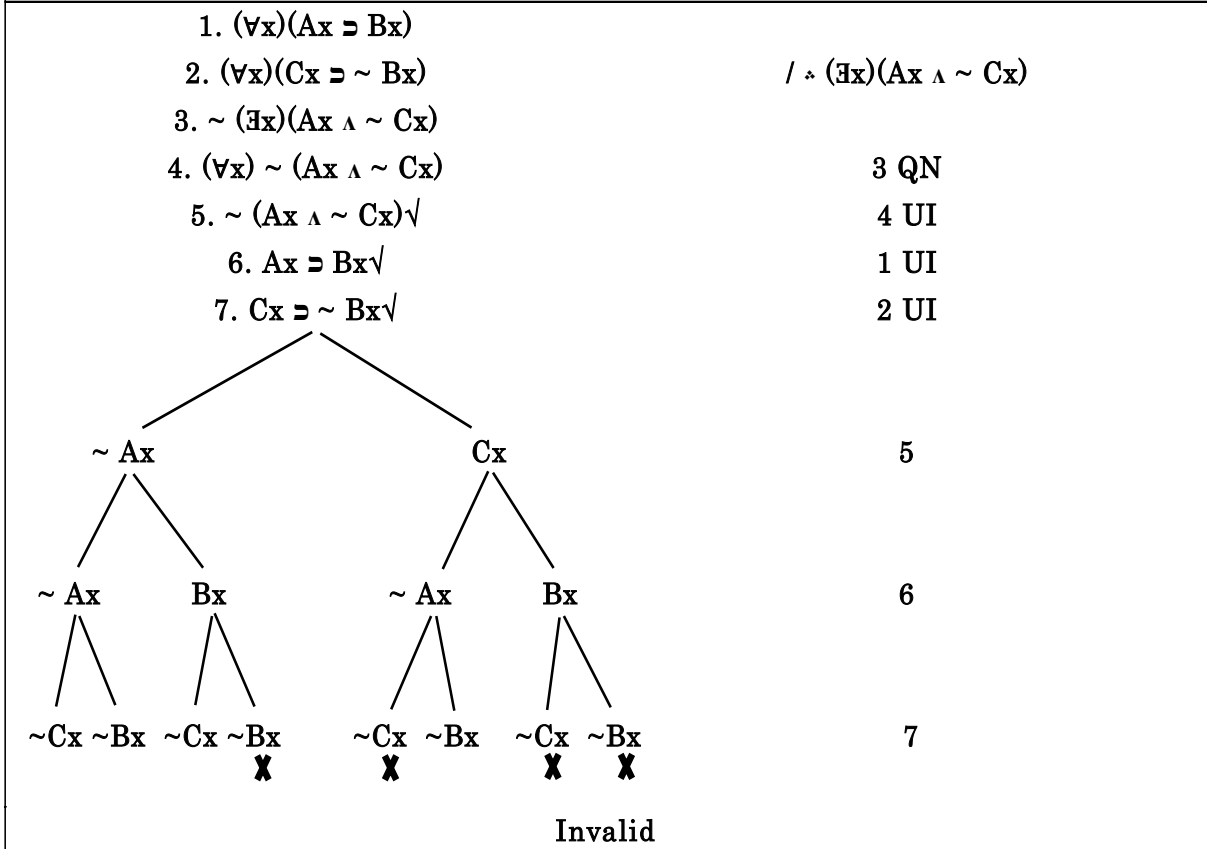
Invalid

35	Figure 2 With Truth Tree Method
CESARE	
$ \begin{array}{l} 1. (\forall x)(Ax \supset Bx) \\ 2. (\forall x)(Cx \supset \sim Bx) \\ 3. \sim (\forall x)(Ax \supset \sim Cx) \\ 4. (\exists x) \sim (Ax \supset \sim Cx) \\ 5. \sim (Ax \supset \sim Cx) \vee \\ \quad 6. Ax \\ \quad 7. Cx \\ \quad 8. Ax \supset Bx \vee \\ \quad 9. Cx \supset \sim Bx \vee \end{array} $	$ \begin{array}{l} / \wedge (\forall x)(Ax \supset \sim Cx) \\ 3 \text{ QN} \\ 4 \text{ EI} \\ 5 \\ 5 \\ 1 \text{ UI} \\ 2 \text{ UI} \end{array} $
$ \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \sim Ax \quad Bx \\ \mathbf{X} \qquad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \sim Cx \quad \sim Bx \\ \quad \quad \mathbf{X} \qquad \mathbf{X} \end{array} $	$ \begin{array}{l} 8 \\ 9 \end{array} $
Valid	
CAMESTRES	
$ \begin{array}{l} 1. (\forall x)(Cx \supset \sim Bx) \\ 2. (\forall x)(Ax \supset Bx) \\ 3. \sim (\forall x)(Ax \supset \sim Cx) \\ 4. (\exists x) \sim (Ax \supset \sim Cx) \\ 5. \sim (Ax \supset \sim Cx) \vee \\ \quad 6. Ax \\ \quad 7. Cx \\ \quad 8. Cx \supset \sim Bx \vee \\ \quad 9. Ax \supset Bx \vee \end{array} $	$ \begin{array}{l} / \wedge (\forall x)(Ax \supset \sim Cx) \\ 3 \text{ QN} \\ 4 \text{ EI} \\ 5 \\ 5 \\ 1 \text{ UI} \\ 2 \text{ UI} \end{array} $
$ \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \sim Cx \quad \sim Bx \\ \mathbf{X} \qquad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \sim Ax \quad Bx \\ \quad \quad \mathbf{X} \qquad \mathbf{X} \end{array} $	$ \begin{array}{l} 8 \\ 9 \end{array} $
Valid	

36	Figure 2 With Truth Tree Method
FESTINO	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$ 2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Bx)$ 3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$ 5. $Ax \wedge Bx \vee$ 6. Ax 7. Bx 8. $Cx \supset \sim Bx \vee$ 9. $\sim (Ax \wedge \sim Cx) \vee$	$/ \wedge (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 3 QN 1 EI 6 6 2 UI 4 UI
$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \sim Cx \quad \sim Bx \\ \swarrow \quad \searrow \quad \text{X} \\ \sim Ax \quad Cx \\ \text{X} \quad \text{X} \end{array}$	8 9
Valid	
BAROCO	
1. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Bx)$ 2. $(\forall x)(Cx \supset Bx)$ 3. $\sim (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Ax \wedge \sim Cx)$ 5. $Ax \wedge \sim Bx \vee$ 6. Ax 7. $\sim Bx$ 8. $Cx \supset Bx \vee$ 9. $\sim (Ax \wedge \sim Cx) \vee$	$/ \wedge (\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 3 QN 1 EI 5 5 2 UI 4 UI
$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \sim Cx \quad Bx \\ \swarrow \quad \searrow \quad \text{X} \\ \sim Ax \quad \sim Cx \\ \text{X} \quad \text{X} \end{array}$	8 9
Valid	

37

CESARO



CAMESTROS

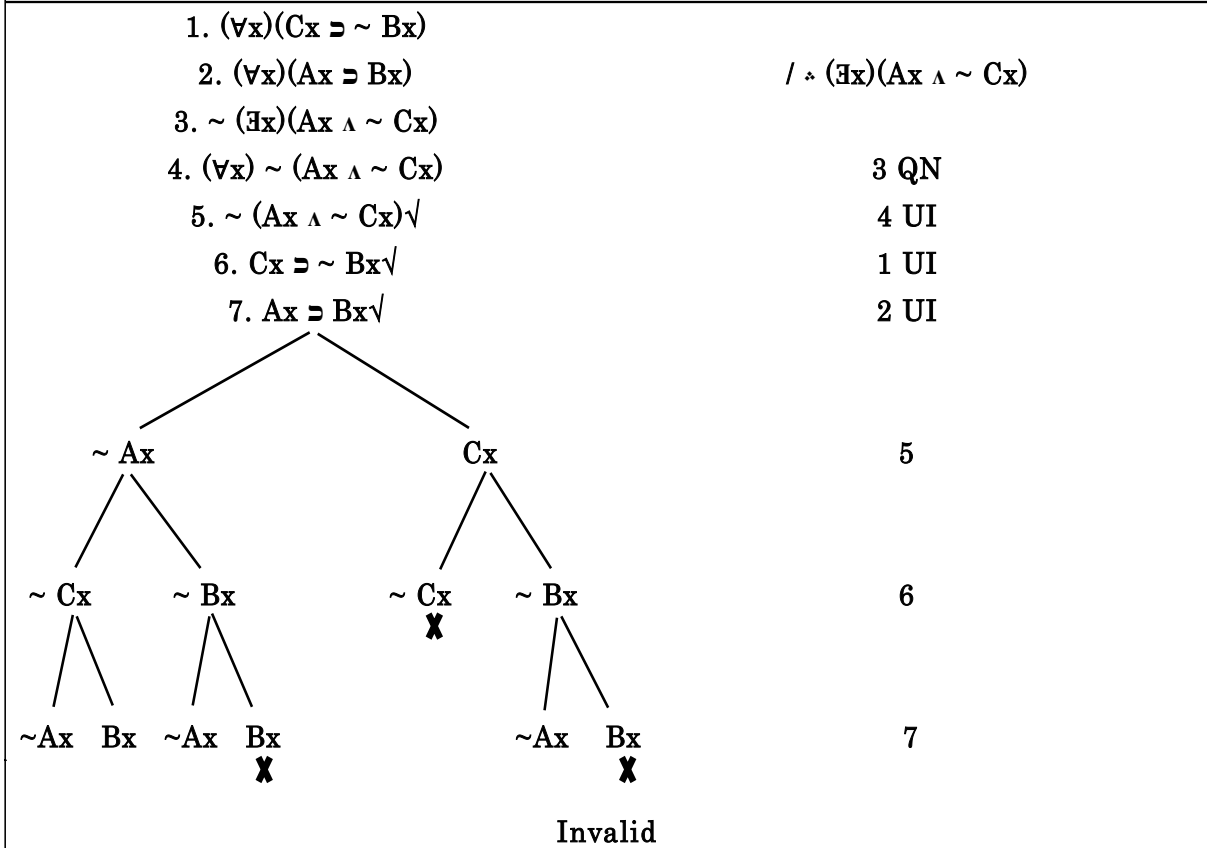


Figure 3 With Truth Tree Method

DISAMIS

- | | |
|---|--|
| 1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ | |
| 2. $(\exists x)(Ax \wedge Cx)$ | $/ \therefore (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ |
| 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ | |
| 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$ | 3 QN |
| 5. $Ax \wedge Cx \vee$ | 2 EI |
| 6. Ax | 5 |
| 7. Cx | 5 |
| 8. $Ax \supset Bx \vee$ | 1 UI |
| 9. $\sim (Bx \wedge Cx) \vee$ | 4 UI |
| $\swarrow$
$\sim Ax$
X | 8 |
| $\searrow$
Bx
$\swarrow$
$\sim Bx$
X | |
| $\searrow$
$\sim Cx$
X | 9 |
| Valid | |

DATISI

1. $(\exists \mathbf{x})(\mathbf{A}\mathbf{x} \wedge \mathbf{B}\mathbf{x})$

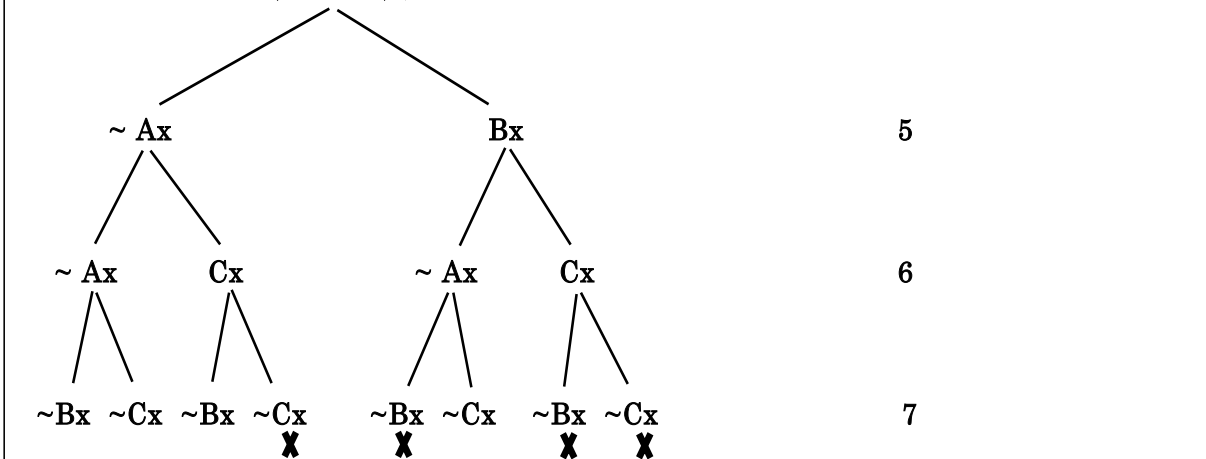
- | | |
|--|------------------------------------|
| 2. $\sim (\forall x)(Ax \supset Cx)$ | / $\div (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ |
| 3. $(\exists x)(Bx \wedge Cx)$ | |
| 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$ | 3 QN |
| 5. $Ax \wedge Bx \checkmark$ | 1 EI |
| 6. Ax | 5 |
| 7. Bx | 5 |
| 8. $Ax \supset Cx \checkmark$ | 2 UI |
| 9. $\sim (Bx \wedge Cx) \checkmark$ | 4 UI |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $\swarrow$
 $\sim Ax$
 X </div> <div style="text-align: center;"> $\searrow$
 Cx
 <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $\swarrow$
 $\sim Bx$
 X </div> <div style="text-align: center;"> $\searrow$
 $\sim Cx$
 X </div> </div> </div> </div> | |
| | 8 |
| | 9 |
| Valid | |

39	Figure 3 With Truth Tree Method
BOCARDO	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ 2. $(\exists x)(Ax \wedge \sim Cx)$ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$ 5. $Ax \wedge \sim Cx \vee$ 6. Ax 7. $\sim Cx$ 8. $Ax \supset Bx \vee$ 9. $\sim (Bx \wedge \sim Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ 3 QN 2 EI 5 5 1 UI 4 UI
$ \begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \sim Ax & Bx \\ \mathbf{X} & \\ & \swarrow \searrow \\ & \sim Bx \quad Cx \\ & \mathbf{X} \quad \mathbf{X} \end{array} $	8 9
Valid	
FERISON	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$ 2. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$ 5. $Ax \wedge Bx \vee$ 6. Ax 7. Bx 8. $Ax \supset \sim Cx \vee$ 9. $\sim (Bx \wedge \sim Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ 3 QN 1 EI 5 5 2 UI 4 UI
$ \begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \sim Ax & \sim Cx \\ \mathbf{X} & \\ & \swarrow \searrow \\ & \sim Bx \quad Cx \\ & \mathbf{X} \quad \mathbf{X} \end{array} $	8 9
Valid	

Figure 3 With Truth Tree Method

DARAPTI

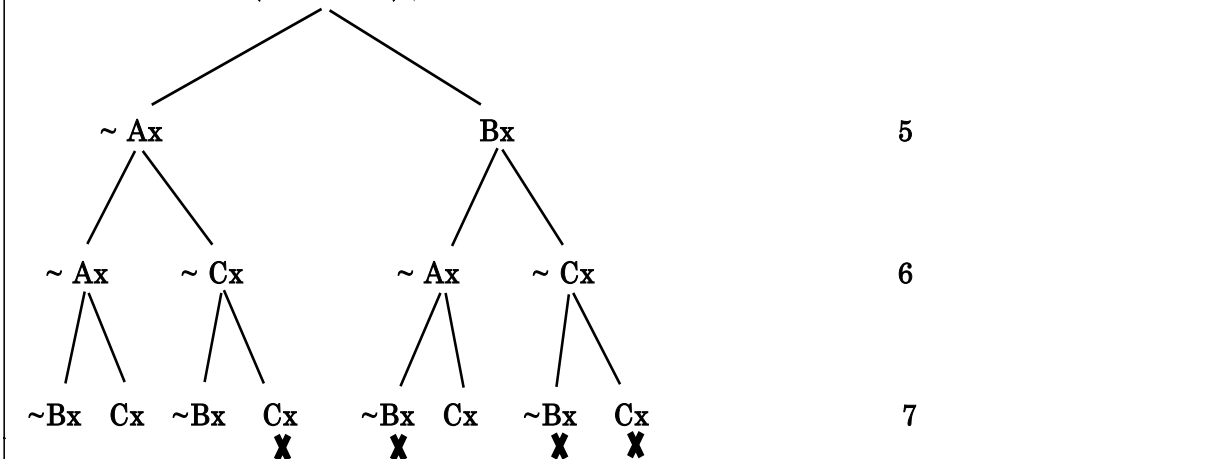
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ | |
| 2. $(\forall x)(Ax \supset Cx)$ | $/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ |
| 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ | |
| 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$ | 3 QN |
| 5. $Ax \supset Bx \vee$ | 1 UI |
| 6. $Ax \supset Cx \vee$ | 2 UI |
| 7. $\sim (Bx \wedge Cx) \vee$ | 4 UI |



Invalid

FELAPTON

- | | |
|---|---|
| 1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ | |
| 2. $(\forall x)(Ax \supset \sim Cx)$ | $/ \therefore (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ |
| 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ | |
| 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$ | 3 QN |
| 5. $Ax \supset Bx \vee$ | 1 UI |
| 6. $Ax \supset \sim Cx \vee$ | 2 UI |
| 7. $\sim (Bx \wedge \sim Cx) \vee$ | 4 UI |



Invalid

41	Figure 4 With Truth Tree Method
CAMENES	
1. $(\forall x)(Ax \supset \sim Bx)$ 2. $(\forall x)(Cx \supset Ax)$ 3. $\sim (\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$ 4. $(\exists x) \sim (Bx \supset \sim Cx)$ 5. $\sim (Bx \supset \sim Cx) \vee$ 6. Bx 7. Cx 8. $Ax \supset \sim Bx \vee$ 9. $Cx \supset Ax \vee$	$/ \Delta (\forall x)(Bx \supset \sim Cx)$ 3 QN 4 EI 5 5 1 UI 2 UI 8 9
Valid	
DIMARIS	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ 2. $(\exists x)(Cx \wedge Ax)$ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$ 5. $Cx \wedge Ax \vee$ 6. Cx 7. Ax 8. $Ax \supset Bx \vee$ 9. $\sim (Bx \wedge Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ 3 QN 2 EI 5 5 1 UI 4 UI 8 9
Valid	

42	Figure 4 With Truth Tree Method
FRESISON	
1. $(\exists x)(Ax \wedge Bx)$ 2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Ax)$ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$ 5. $Ax \wedge Bx \vee$ 6. Ax 7. Bx 8. $Cx \supset \sim Ax \vee$ 9. $\sim (Bx \wedge \sim Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$ 3 QN 1 EI 5 5 1 UI 4 UI
	8 9
Valid	
BAMALIP	
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$ 2. $(\forall x)(Cx \supset Ax)$ 3. $\sim (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ 4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge Cx)$ 5. $Ax \supset Bx \vee$ 6. $Cx \supset Ax \vee$ 7. $\sim (Bx \wedge Cx) \vee$	$/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge Cx)$ 3 QN 1 UI 2 UI 4 UI
	5 6 7
Invalid	

43

Figure 4 With Truth Tree Method

FESAPO		
1. $(\forall x)(Ax \supset Bx)$		
2. $(\forall x)(Cx \supset \sim Ax)$		$/ \Delta (\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$
3. $(\exists x)(Bx \wedge \sim Cx)$		
4. $(\forall x) \sim (Bx \wedge \sim Cx)$	3 QN	
5. $Ax \supset Bx \vee$	1 UI	
6. $Cx \supset \sim Ax \vee$	2 UI	
7. $\sim (Bx \wedge \sim Cx) \vee$	4 UI	
$\sim Ax$ $\sim Cx$ $\sim Bx$ Cx $\sim Ax$ Cx $\sim Bx$ Cx Bx $\sim Cx$ $\sim Bx$ Cx Bx $\sim Ax$ $\sim Bx$ Cx $\sim Bx$ Cx $\sim Bx$ Cx $\sim Bx$ Cx		

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

Cx

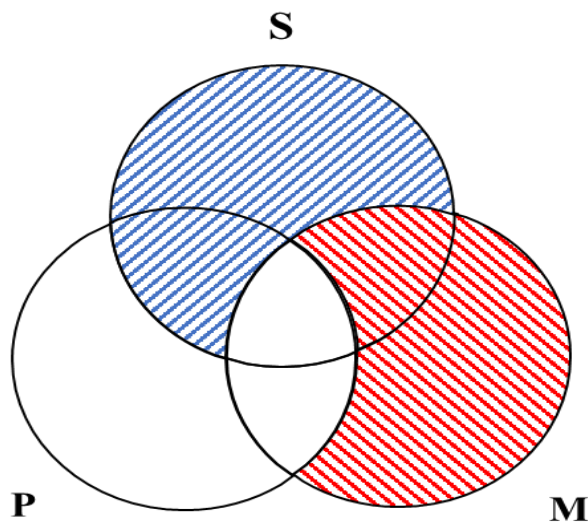
$\sim Bx$

Cx

$\sim Bx$

<

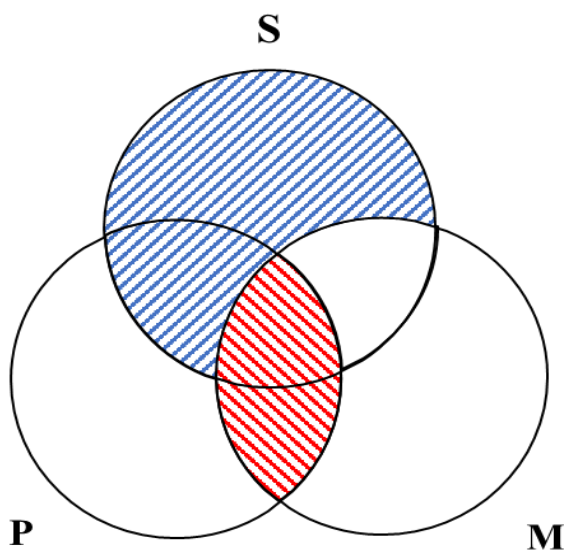
44 Figure 1 With Ven diagram



BARBARA

1. All S are M
2. All M are P
- ∗ All S are P

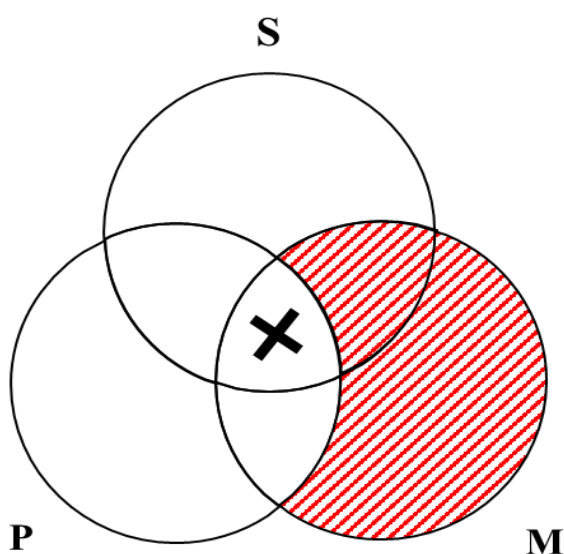
VALID



CELARENT

1. All S are M
2. No M are P
- ∗ No S are P

VALID



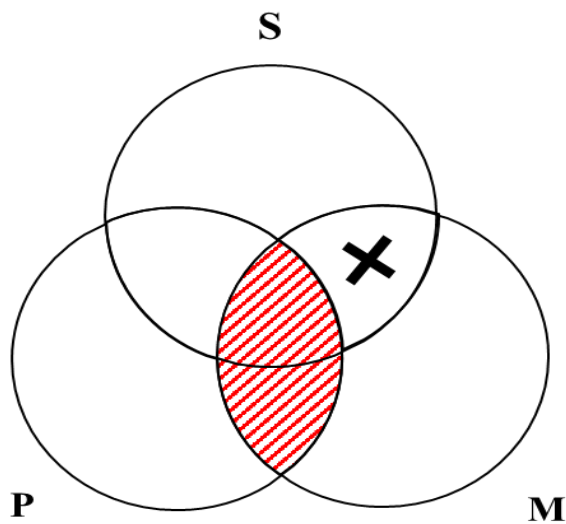
DARII

1. Some S are M
2. All M are P
- ∗ Some S are P

VALID

45

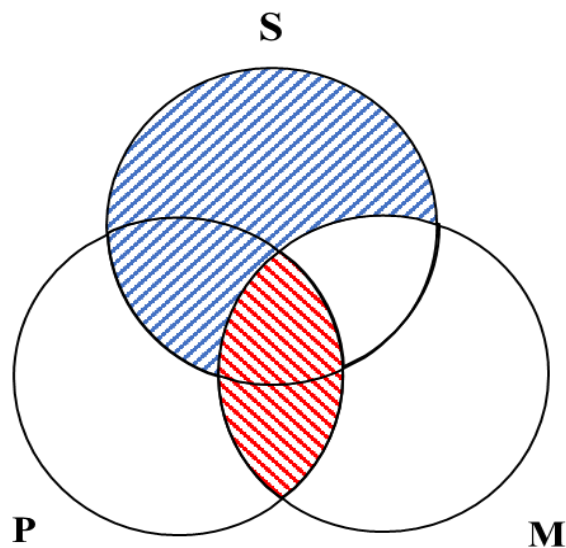
Figure 1 With Ven diagram



FERIO

1. Some S are M
 2. No M are P
- ∗ Some S are not P

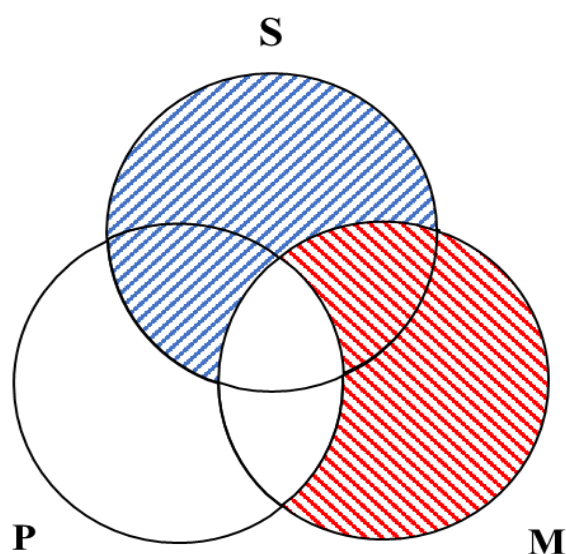
VALID



CELARONT

1. All S are M
 2. No M are P
- ∗ Some S are not P

INVALID



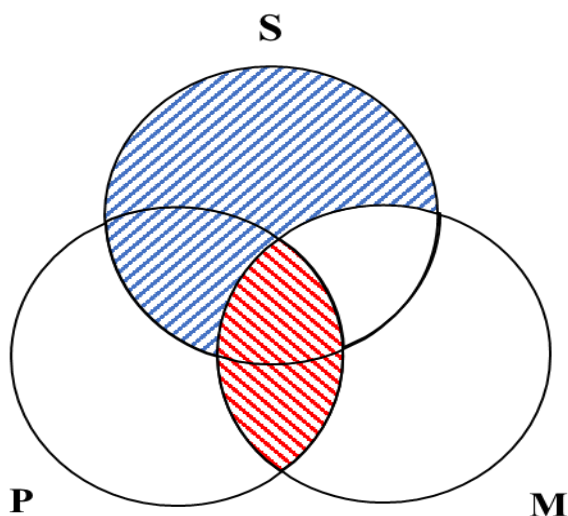
BARBARI

1. All S are M
 2. All M are P
- ∗ Some S are P

INVALID

46

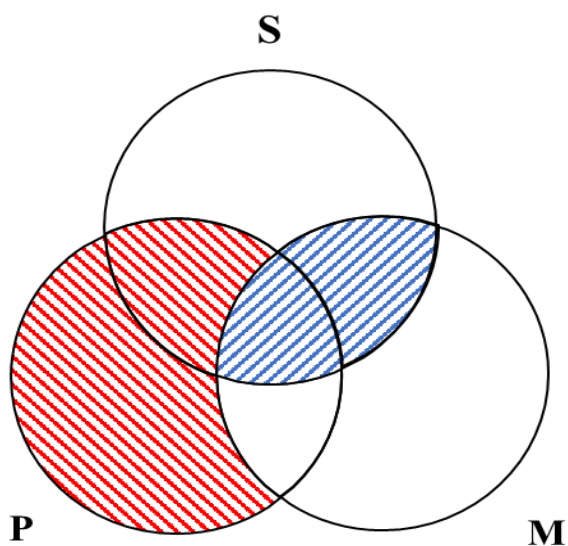
Figure 2 With Ven diagram



CEZARE

1. All S are M
 2. No P are M
- ∗ No S are P

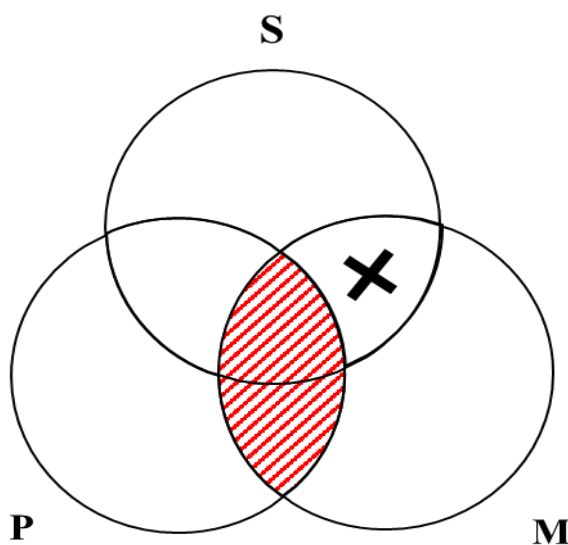
VALID



CAMESTRES

1. No S are M
 2. All P are M
- ∗ No S are P

VALID



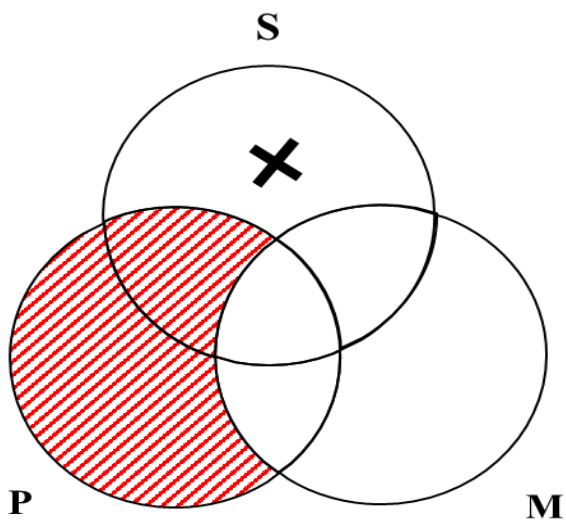
FESTINO

1. Some S are M
 2. No P are M
- ∗ Some S are not P

VALID

47

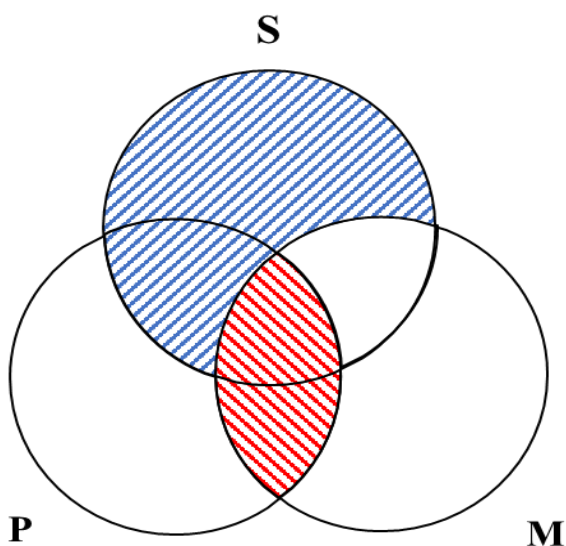
Figure 2 With Ven diagram



BAROCO

1. Some S are not M
 2. All P are M
- ∗ Some S are not P

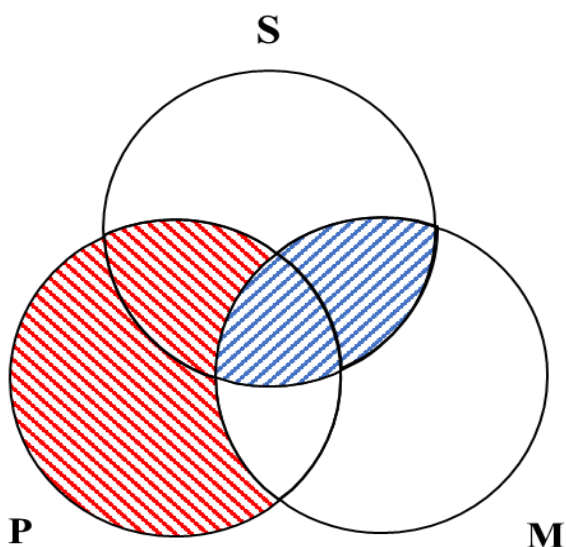
VALID



CEZARO

1. All S are M
 2. No P are M
- ∗ No S are not P

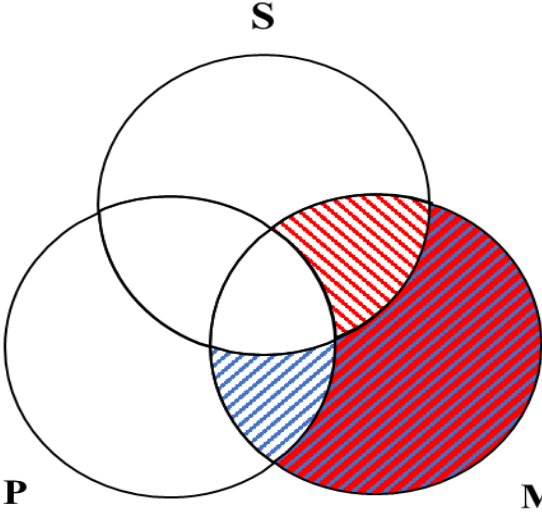
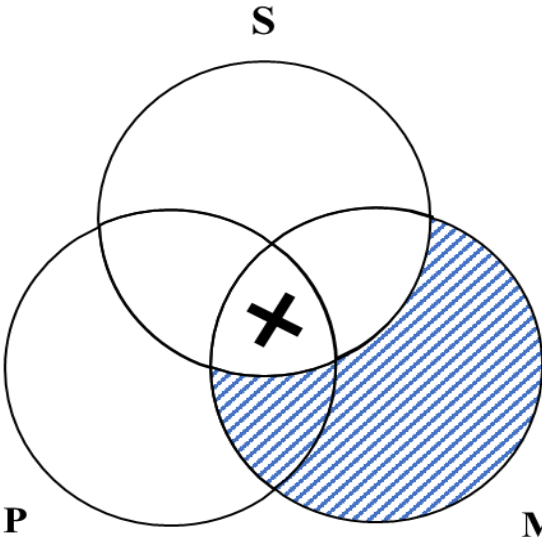
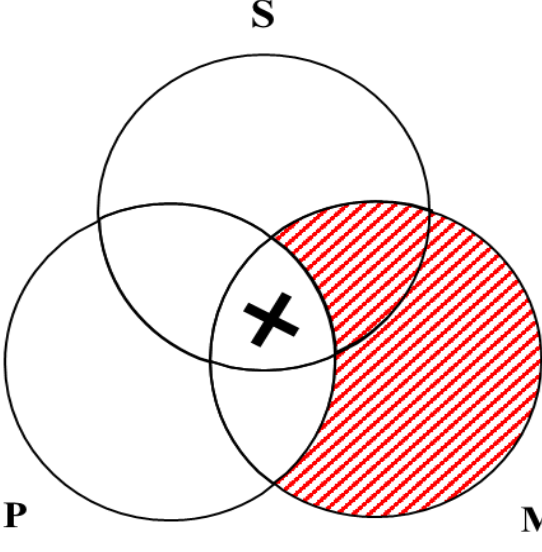
INVALID



CAMESTROS

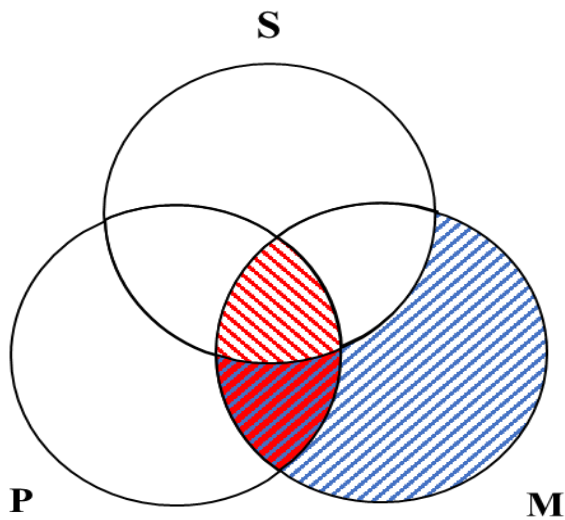
1. No S are M
 2. All P are M
- ∗ No S are not P

INVALID

48	Figure 3 With Ven diagram	
		DARAPTI 1. All M are S 2. All M are P ∗ Some S are P INVALID
		DISAMIS 1. All M are S 2. Some M are P ∗ Some S are P VALID
		DATISI 1. Some M are S 2. All M are P ∗ Some S are P VALID

49

Figure 3 With Ven diagram



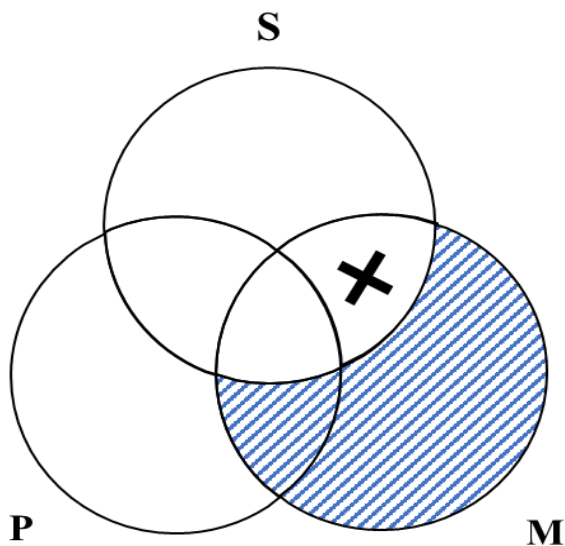
FELAPTON

1. All M are S

2. No M are P

∗ Some S are not P

INVALID



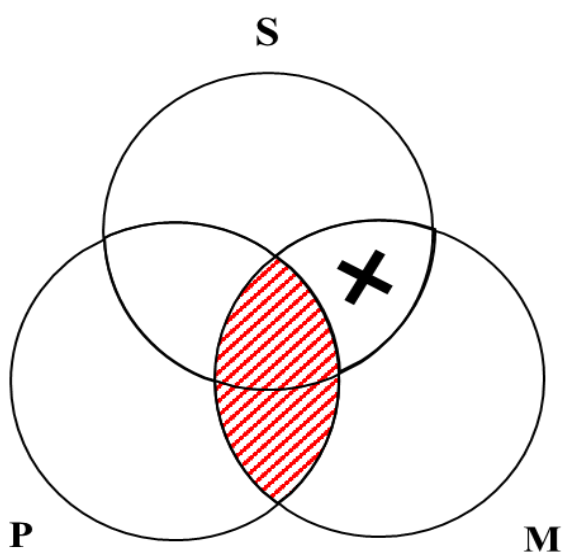
BOCARDO

1. All M are S

2. Some M are not P

∗ Some S are not P

VALID



FERISON

1. Some M are S

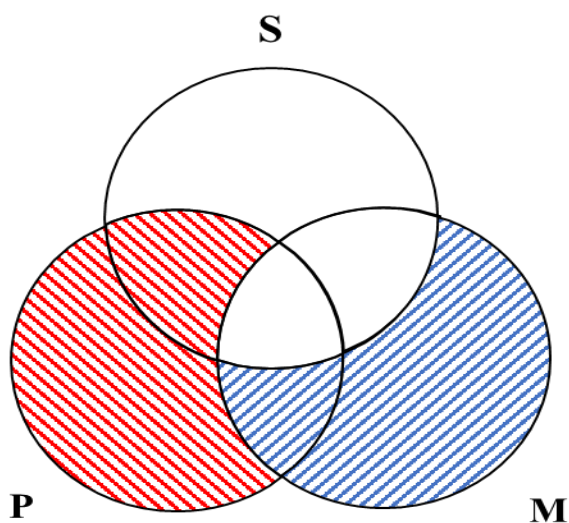
2. No M are P

∗ Some S are not P

VALID

50

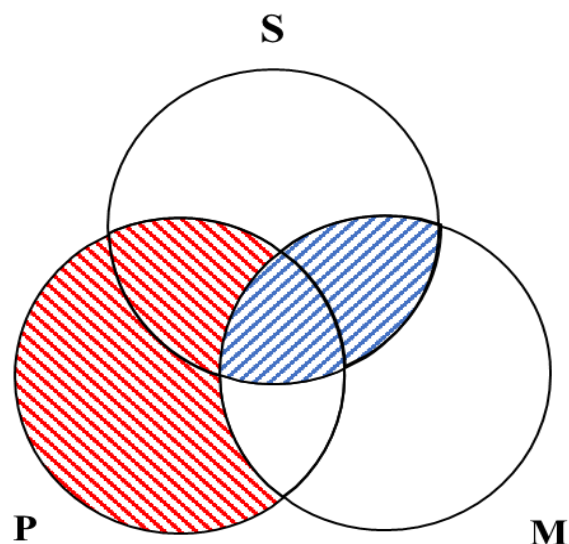
Figure 4 With Ven diagram



BAMALIP

1. All M are S
 2. All P are M
- ∗ Some S are P

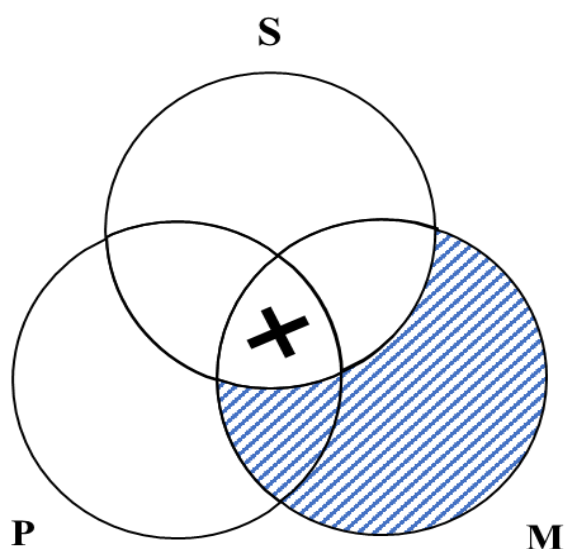
INVALID



CAMENES

1. No M are S
 2. All P are M
- ∗ No S are P

VALID



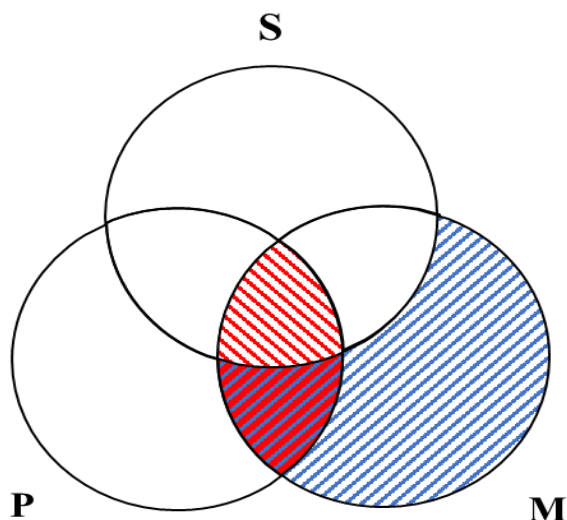
DIMARIS

1. All M are S
 2. Some P are M
- ∗ Some S are P

VALID

51

Figure 4 With Ven diagram



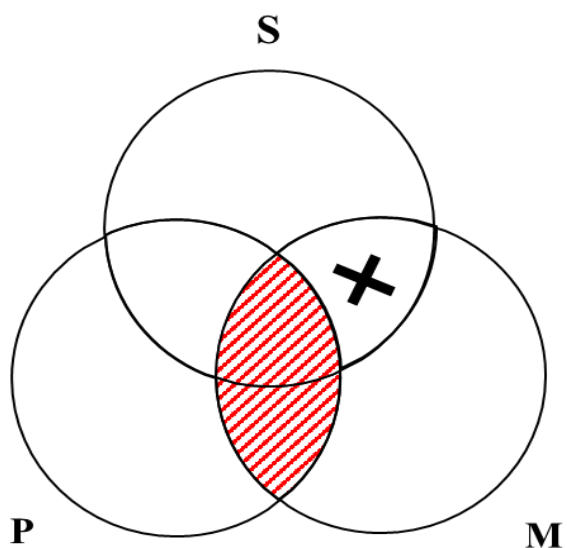
FESAPO

1. All M are S

2. No P are M

∗ Some S are not P

INVALID



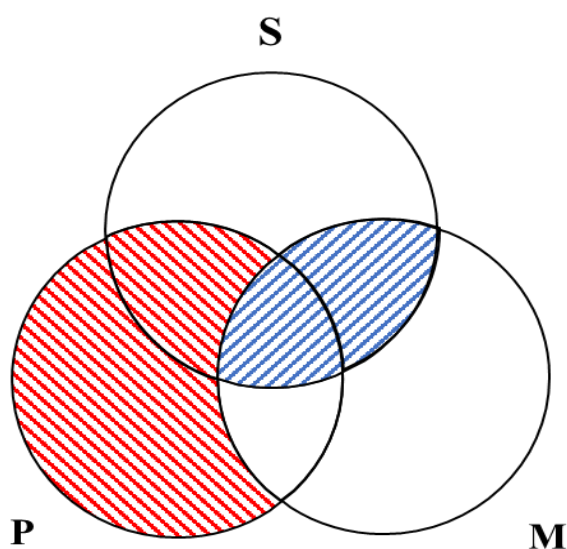
FRESISON

1. Some M are S

2. No P are M

∗ Some S are not P

VALID



CAMENOS

1. No M are S

2. All P are M

∗ Some S are not P

INVALID

